

# RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

*Seduta del 5 marzo 1916.*

P. BLASERNA, Presidente.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

**Matematica.** — *Sui sistemi ortogonali di Guichard-Darboux negli spazi di curvatura costante.* Nota I del Socio L. BIANCHI.

1. Nell'ultimo capitolo delle *Leçons sur les systèmes orthogonaux et les coordonnées curvilignes* (2<sup>ème</sup> édition, Paris, Gauthier-Villars, 1910), il Darboux, generalizzando ricerche anteriori di Guichard, ha studiato una classe di sistemi tripli ortogonali  $(u_1, u_2, u_3)$  dell'ordinario spazio, caratterizzata dalla proprietà che nella corrispondente forma del  $ds^2$ ,

$$ds^2 = H_1^2 du_1^2 + H_2^2 du_2^2 + H_3^2 du_3^2,$$

sussiste fra i coefficienti la relazione quadratica

$$H_1^2 + H_2^2 + H_3^2 = \text{cost.}$$

Nella Nota presente, ed in una seconda successiva, questa teoria viene estesa in due sensi, e cioè supponendo: 1°) che lo spazio abbia un numero qualunque  $n$  di dimensioni; 2°) che la curvatura dello spazio, invece di esser nulla (spazio euclideo), sia una costante qualunque. Esistono in effetto, come si vedrà, nello spazio  $S_n$  a  $n$  dimensioni e di curvatura riemanniana costante  $K$ , infiniti tali sistemi  $n^{\text{pli}}$  ortogonali, che diremo *sistemi di Guichard-Darboux*; la loro ricerca dipende dall'integrazione di un sistema di equazioni simultanee a derivate parziali che ha la forma lineare canonica del Bourlet, il sistema (B) del seguente numero.

Se si considera che, nel primo e più semplice caso  $n = 2$ , il problema consiste nel ridurre il  $ds^2$  di una superficie a curvatura costante alla nota forma

$$ds^2 = \cos^2 \theta du^2 + \sin^2 \theta dv^2,$$

ossia nel problema di *rivestire* una tale superficie con reti di Tchebychet (ved. le mie *Lezioni*, vol. II, § 379), possiamo riguardare le attuali ricerche come l'estensione agli spazî a un numero qualunque di dimensioni dell'anzidetta teoria, che include la teoria delle ordinarie superficie pseudosferiche e delle loro *trasformazioni*.

Dopo ciò, è ben naturale domandarsi se esistono trasformazioni analoghe pel caso generale dei sistemi di Guichard-Darboux negli spazî di curvatura costante. Risponderemo affermativamente alla domanda costruendo per lo spazio pseudosferico (a curvatura costante negativa) una prima trasformazione dei sistemi ortogonali di Guichard-Darboux, che è l'analoga della trasformazione complementare, alla quale in effetto si riduce nel caso  $n = 2$ .

2. Lo spazio  $S_n$  di curvatura riemanniana costante  $K$  sia riferito ad un sistema  $n^{plo}$  ortogonale  $(u_1, u_2, \dots, u_n)$ , ed abbiassi, pel corrispondente  $ds^2$ ,

$$ds^2 = \sum_{\lambda} H_{\lambda}^2 du_{\lambda}^2 = H_1^2 du_1^2 + H_2^2 du_2^2 + \dots + H_n^2 du_n^2.$$

Il sistema differenziale *caratteristico* a cui debbono soddisfare le funzioni  $H_1, H_2, \dots, H_n$  di  $u_1, u_2, \dots, u_n$ , e le relative rotazioni  $\beta_{ik}$ , si scrive (ved. la mia Nota precedente, in questi Rendiconti, seduta 6 febbraio 1916):

$$(A) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial H_i}{\partial u_k} = \beta_{ki} H_k \\ \frac{\partial \beta_{ik}}{\partial u_l} = \beta_{il} \beta_{lk} \quad (i \neq k \neq l) \\ \frac{\partial \beta_{ik}}{\partial u_i} + \frac{\partial \beta_{ki}}{\partial u_k} + \sum_{\lambda}^{(i,k)} \beta_{\lambda i} \beta_{\lambda k} + K H_i H_k = 0 \quad (1) \end{array} \right.$$

Vogliamo esaminare se esistono di tali sistemi  $n^{pli}$  ortogonali per i quali sia soddisfatta la relazione quadratica

$$(1) \quad \sum_{\lambda} H_{\lambda}^2 = H_1^2 + H_2^2 + \dots + H_n^2 = \text{cost.}$$

(1) Si rammenta che le segnature come

$$\sum_{\lambda}^{(i)} , \sum_{\lambda}^{(i,k)} , \dots$$

stanno ad indicare che nella corrispondente somma l'indice variabile  $\lambda$  deve percorrere tutti i valori  $1, 2, 3, \dots, n$ , *eccettuato il valore  $i$*  nel primo caso, o i valori  $i, k$  nel secondo, ecc.

Derivando questa rapporto ad  $u_i$ , abbiamo

$$H_i \frac{\partial H_i}{\partial u_i} = - \sum_{\lambda}^{(i)} H_{\lambda} \frac{\partial H_{\lambda}}{\partial u_i} = - H_i \sum_{\lambda}^{(i)} \beta_{i\lambda} H_{\lambda},$$

e quindi

$$(2) \quad \frac{\partial H_i}{\partial u_i} = - \sum_{\lambda}^{(i)} \beta_{i\lambda} H_{\lambda}.$$

Paragonando questa con la (A<sub>1</sub>)

$$\frac{\partial H_i}{\partial u_k} = \beta_{ki} H_k,$$

e costruendo la relativa condizione d'integrabilità

$$\frac{\partial}{\partial u_i} (\beta_{ki} H_k) + \frac{\partial}{\partial u_k} (\beta_{ik} H_k) + \sum_{\lambda}^{(i,k)} \frac{\partial}{\partial u_k} (\beta_{i\lambda} H_{\lambda}) = 0,$$

si ottiene, per le (A) e per la (2),

$$H_k \left\{ \frac{\partial \beta_{ki}}{\partial u_i} + \frac{\partial \beta_{ik}}{\partial u_k} + \sum_{\lambda}^{(i,k)} \beta_{i\lambda} \beta_{k\lambda} \right\} + \\ + \beta_{ki} \beta_{ik} H_i - \beta_{ih} \sum_{\lambda}^{(k)} \beta_{k\lambda} H_{\lambda} + \sum_{\lambda}^{(i,k)} \beta_{ik} \beta_{k\lambda} H_{\lambda} = 0.$$

Gli ultimi tre termini si elidono e resta

$$\frac{\partial \beta_{ki}}{\partial u_i} + \frac{\partial \beta_{ik}}{\partial u_k} + \sum_{\lambda}^{(i,k)} \beta_{i\lambda} \beta_{k\lambda} = 0;$$

e, aggregando questa e la (2) alle (A), si forma il seguente sistema:

$$(B) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial H_i}{\partial u_k} = \beta_{ki} H_k, \quad \frac{\partial H_i}{\partial u_i} = - \sum_{\lambda}^{(i)} \beta_{i\lambda} H_{\lambda} \\ \frac{\partial \beta_{ik}}{\partial u_i} = \beta_{il} \beta_{ik} \quad (i \neq k \neq l) \\ \frac{\partial \beta_{ik}}{\partial u_i} + \frac{\partial \beta_{ki}}{\partial u_k} + \sum_{\lambda}^{(i,k)} \beta_{i\lambda} \beta_{k\lambda} + K H_i H_k = 0 \\ \frac{\partial \beta_{ki}}{\partial u_i} + \frac{\partial \beta_{ik}}{\partial u_k} + \sum_{\lambda}^{(i,k)} \beta_{i\lambda} \beta_{k\lambda} = 0. \end{array} \right.$$

Viceversa, se le  $H_i$ ,  $\beta_{ik}$  soddisfano a questo sistema, e, per ciò, anche alle (A), ne risulta definito un sistema  $n^{plo}$  ortogonale di Guichard-Darboux, perchè la funzione  $\sum_{\lambda} H_{\lambda}^2$ , avendo nulle per le (B) della prima linea tutte le derivate, è una costante, ed è quindi soddisfatta la (1).



3. Il nostro problema consiste ora nell'esaminare se le (B) ammettono soluzioni, ed in quale arbitrarietà.

Per questo immaginiamo di risolvere le (B) delle due ultime linee rispetto a quelle delle due derivate il cui indice della variabile di derivazione è minore; così il sistema avrà la forma *lineare canonica* considerata dal Bourlet nella sua Memoria fondamentale <sup>(1)</sup>. Per ciascuna delle funzioni incognite  $H_i$ , essendo date in (B) *tutte* le relative derivate, ogni variabile è principale; invece, per ciascuna  $\beta_{ik}$  si ha una ed una sola variabile *parametrica*, cioè la  $u_i$  o la  $u_k$ , secondo che  $i > k$  ovvero  $i < k$ , e le altre  $n - 1$  variabili sono principali.

Proveremo che il sistema (B) è *completamente integrabile*, dimostrando che dall'eguagliare le due espressioni di ogni derivata seconda (mista) principale si ottengono relazioni identiche in virtù delle (B) stesse (Bourlet, loc. cit.).

La verifica è immediata per due equazioni scelte nella prima o seconda linea del quadro (B), e basterà quindi confrontare le equazioni della seconda linea con quelle della terza e della quarta. Resta dunque da provare che, se si derivano rapporto ad  $u_l$  ( $l \neq i, k$ ) le equazioni nelle due ultime linee, si ottengono relazioni identiche per le (B) stesse, ossia che si annullano le due espressioni seguenti:

$$\left\{ \begin{aligned} \Omega &= \frac{\partial}{\partial u_i} (\beta_{il} \beta_{lk}) + \frac{\partial}{\partial u_k} (\beta_{kl} \beta_{li}) + \sum_{\lambda}^{(i,k)} \frac{\partial}{\partial u_l} (\beta_{\lambda i} \beta_{\lambda k}) + K \frac{\partial}{\partial u_l} (H_i H_k) \\ \Omega' &= \frac{\partial}{\partial u_k} (\beta_{il} \beta_{lk}) + \frac{\partial}{\partial u_l} (\beta_{kl} \beta_{li}) + \sum_{\lambda}^{(i,k)} \frac{\partial}{\partial u_l} (\beta_{i\lambda} \beta_{k\lambda}). \end{aligned} \right.$$

Ora se nei secondi membri nella somma  $\sum_{\lambda}^{(i,k)}$  mettiamo da sè il termine corrispondente a  $\lambda = l$ , e, ponendo mente alle (B), raccogliamo i termini, si trova

$$\begin{aligned} \Omega &= \beta_{lk} \left\{ \frac{\partial \beta_{il}}{\partial u_i} + \frac{\partial \beta_{li}}{\partial u_l} + \sum_{\lambda}^{(i,l)} \beta_{\lambda i} \beta_{\lambda l} + K H_i H_l \right\} + \\ &\quad + \beta_{il} \left\{ \frac{\partial \beta_{kl}}{\partial u_k} + \frac{\partial \beta_{lk}}{\partial u_l} + \sum_{\lambda}^{(k,l)} \beta_{\lambda k} \beta_{\lambda l} + K H_k H_l \right\} \\ \Omega' &= \beta_{kl} \left\{ \frac{\partial \beta_{il}}{\partial u_l} + \frac{\partial \beta_{li}}{\partial u_i} + \sum_{\lambda}^{(i,k)} \beta_{i\lambda} \beta_{l\lambda} \right\} + \beta_{li} \left\{ \frac{\partial \beta_{kl}}{\partial u_l} + \frac{\partial \beta_{lk}}{\partial u_k} + \sum_{\lambda}^{(k,l)} \beta_{kl} \beta_{l\lambda} \right\}. \end{aligned}$$

Ma, in virtù delle (B), le espressioni che moltiplicano nella prima  $\beta_{lk} \cdot \beta_{il}$ , e nella seconda  $\beta_{kl} \cdot \beta_{li}$ , sono nulle, e per ciò  $\Omega = \Omega' = 0$ , c. d. d.

<sup>(1)</sup> Ved. Bourlet, *Sur les systèmes d'équations aux dérivées partielles* (Annales de l'École Normale Supérieure, tome VIII, 3<sup>ème</sup> série, Suppl.).



Le (B) formano dunque un sistema completamente integrabile, e la sua soluzione generale  $(H_i, \beta_{ik})$  dipende da  $n(n-1)$  funzioni arbitrarie, potendosi prescrivere ad arbitrio, per ciascuna delle  $\beta_{ik}$ , la funzione della variabile parametrica a cui si riduce la  $\beta_{ik}$ , quando le  $n-1$  variabili principali prendono valori iniziali prefissati. Concludiamo adunque:

*Nello spazio  $S_n$  a curvatura riemanniana costante  $K$  esistono infiniti sistemi ortogonali di Guichard-Darboux, e dipendono da  $n(n-1)$  funzioni arbitrarie (di una variabile ciascuna).*

4. I teoremi generali sopra invocati ci assicurano dell'esistenza dei sistemi di Guichard-Darboux, ma nulla ci apprendono sull'integrazione effettiva del sistema (B) da cui la ricerca dipende. Ora vogliamo dimostrare che anche in questa teoria, come accade in tante altre di geometria infinitesimale, si possono costruire dei metodi *d'integrazione successiva* che permettono, nota una soluzione iniziale delle (B), di dedurne infinite nuove integrando equazioni differenziali ordinarie, od anche, in certe circostanze, con sole quadrature.

Noi supporremo ora lo spazio  $S_n$  *pseudosferico*, cioè a curvatura costante negativa, e costruiremo, pei sistemi di Guichard-Darboux, in questo spazio, una classe di *trasformazioni* che si diranno *complementari*, perchè corrispondono esattamente alla trasformazione complementare delle ordinarie superficie pseudosferiche (cfr. n. 1).

Partiamo da una soluzione nota  $(H_i, \beta_{ik})$  delle (B), per la quale si abbia

$$(3) \quad H_1^2 + H_2^2 + \dots + H_n^2 = a^2 \quad (a \text{ costante}),$$

e dimostriamo che ne esistono infinite altre (precisamente  $\infty^{n-1}$ )  $(H'_i, \beta'_{ik})$  legate alla primitiva dalle relazioni

$$(4) \quad \beta'_{ik} = \beta_{ik} + c H_i H'_k$$

$$(3') \quad H_1'^2 + H_2'^2 + \dots + H_n'^2 = a^2,$$

dove  $c$  è una costante, legata alla  $a$  ed alla curvatura  $K$  dalla relazione

$$(5) \quad K = -c^2 a^2.$$

Se scriviamo intanto che le  $H'_i, \beta'_{ik}$  debbono soddisfare alle (B) della prima linea, e teniamo conto delle (4) e (3'), troviamo per le  $H'_i$  il sistema ai differenziali totali

$$(C) \quad \begin{cases} \frac{\partial H'_i}{\partial u_k} = (\beta_{ik} + c H_k H'_i) H'_k \\ \frac{\partial H'_i}{\partial u_i} = - \sum_{\lambda}^{(i)} \beta_{\lambda i} H'_\lambda + c H_i H_i'^2 - c a^2 H_i, \end{cases}$$

a cui dobbiamo aggregare, come equazione in termini finiti, l'altra

$$(C') \quad \sum_{\lambda} H_{\lambda}'^2 = a^2.$$

Le equazioni (C), (C') formano, per le funzioni incognite  $H_i'$ , un *sistema misto* ai differenziali totali, di cui cominciamo a riscontrare la illimitata integrabilità.

5. La (C'), derivata rapporto ad una qualunque  $u_i$ , dà un'equazione identica per le (C), e dobbiamo solo esaminare le condizioni d'integrabilità delle (C), cioè le due equazioni

$$\Theta = \frac{\partial}{\partial u_i} \left( \frac{\partial H_i'}{\partial u_k} \right) - \frac{\partial}{\partial u_k} \left( \frac{\partial H_i'}{\partial u_i} \right) = 0$$

$$\Theta' = \frac{\partial}{\partial u_i} \left( \frac{\partial H_i'}{\partial u_k} \right) - \frac{\partial}{\partial u_k} \left( \frac{\partial H_i'}{\partial u_k} \right) = 0.$$

Ora si ha

$$\Theta = \frac{\partial}{\partial u_i} (\beta_{ik} H_k') - \frac{\partial}{\partial u_k} (\beta_{il} H_l') + c \frac{\partial}{\partial u_i} (H_k H_i' H_k') - c \frac{\partial}{\partial u_k} (H_i H_i' H_l'),$$

ed eseguendo, colle (C) e colle (B), si riscontra che, in effetto,  $\Theta = 0$ .

In secondo luogo troviamo

$$\Theta' = \frac{\partial}{\partial u_i} (\beta_{ik} H_k') + \frac{\partial}{\partial u_k} (\beta_{ki} H_k') + c \frac{\partial}{\partial u_k} (H_k H_i' H_k') +$$

$$+ \sum_{\lambda}^{(i,k)} (\beta_{\lambda i} H_{\lambda}') - c \frac{\partial}{\partial u_k} (H_i H_i'^2) + ca^2 \frac{\partial H_i}{\partial u_k},$$

ed eseguendo, colle (C) e (B), risulta, dopo alcune riduzioni,

$$\Theta' = -H_i H_k H_k' (K + c^2 a^2);$$

questa espressione è nulla per la supposta relazione (5). Concludiamo: *Il sistema misto ai differenziali totali (C), (C') per le funzioni incognite  $H_i$  è completamente integrabile, e la sua soluzione generale dipende quindi da  $n - 1$  costanti arbitrarie* <sup>(1)</sup>.

Scegliamo allora una qualunque di queste soluzioni ( $H_i'$ ) e calcoliamo le  $\beta'_{ik}$  dalle formule (4). Se dimostriamo che queste funzioni ( $H_i'$ ,  $\beta'_{ik}$ ) soddisfano nuovamente alle (B), ne risulterà definito un nuovo sistema di Guichard-Darboux, che diremo complementare del primitivo. La forma simmetrica della (4) proverà, poi, che la relazione fra due sistemi complementari è reciproca.

(1) Per queste si possono prendere i valori iniziali delle  $H_i'$  legati dalla (C').

6. Per dimostrare le asserzioni superiori, cominciamo dall'osservare che le  $H'_i$  soddisfano certamente alle equazioni della prima linea in (B)

$$\frac{\partial H'_i}{\partial u_k} = \beta'_{ki} H'_k, \quad \frac{\partial H'_i}{\partial u_i} = - \sum_{\lambda}^{(i)} \beta'_{i\lambda} H'_\lambda,$$

come segue dal modo stesso tenuto per formare le (C).

Proveremo ora successivamente che sussistono anche le equazioni delle altre tre linee in (B):

$$\begin{aligned} \alpha) \quad & \frac{\partial \beta'_{ik}}{\partial u_i} = \beta'_{ii} \beta'_{ik} \\ \beta) \quad & \frac{\partial \beta'_{ik}}{\partial u_i} + \frac{\partial \beta'_{ki}}{\partial u_k} + \sum_{\lambda}^{(i,k)} \beta'_{\lambda i} \beta'_{k\lambda} + K H'_i H'_k = 0 \\ \gamma) \quad & \frac{\partial \beta'_{ik}}{\partial u_k} + \frac{\partial \beta'_{ki}}{\partial u_i} + \sum_{\lambda}^{(i,k)} \beta'_{i\lambda} \beta'_{k\lambda} = 0. \end{aligned}$$

$\alpha)$ . Queste equazioni si scrivono

$$\frac{\partial \beta'_{ki}}{\partial u_i} + c \frac{\partial}{\partial u_i} (H_i H'_k) = (\beta'_{ii} + c H_i H'_i) (\beta'_{ik} + c H_k H'_i),$$

e, eseguendo le derivazioni colle (B) e colle (C), si convertono subito in identità.

$\beta)$  Le equazioni di questo gruppo diventano, per le (4),

$$\begin{aligned} \frac{\partial \beta'_{ki}}{\partial u_i} + \frac{\partial \beta'_{ik}}{\partial u_k} + c \frac{\partial}{\partial u_i} (H_i H'_k) + c \frac{\partial}{\partial u_k} (H_k H'_i) + \\ + \sum_{\lambda}^{(i,k)} (\beta'_{i\lambda} + c H_\lambda H'_i) (\beta'_{k\lambda} + c H_\lambda H'_k) + K H'_i H'_k = 0. \end{aligned}$$

Eseguendo le derivazioni e riducendo, resta

$$H'_i H'_k (K + c^2 \sum_{\lambda} H_\lambda^2) = 0,$$

che in effetto sussiste a causa della (3) e della (5).

$\gamma)$  Da ultimo, per le equazioni di questo gruppo abbiamo

$$\begin{aligned} \frac{\partial \beta'_{ki}}{\partial u_k} + \frac{\partial \beta'_{ik}}{\partial u_i} + c \frac{\partial}{\partial u_k} (H_i H'_i) + c \frac{\partial}{\partial u_i} (H_k H'_i) + \\ + \sum_{\lambda}^{(i,k)} (\beta'_{\lambda i} + c H_i H'_\lambda) (\beta'_{k\lambda} + c H_k H'_\lambda) = 0; \end{aligned}$$



queste, col sussidio delle (B), (C) e riducendo, diventano

$$H_i H_k (c^2 \sum_{\lambda} H_{\lambda}^2 - K - 2c^2 a^2) = 0,$$

e per la (5) e per la (C') sono pure identicamente soddisfatte.

Concludiamo adunque: *Ogni sistema ortogonale di Guichard-Darboux, nello spazio pseudosferico  $S_n$  a  $n$  dimensioni, ammette  $\infty^{n-1}$  sistemi complementari, la cui ricerca dipende dall'integrazione del sistema misto (C), (C') ai differenziali totali.*

7. Esaminando più da vicino il problema di integrazione di questo sistema (C), (C'), da cui dipende, come si è visto, la ricerca dei sistemi complementari, possiamo dimostrare che esso equivale alla ricerca delle linee geodetiche dello spazio: risultato, questo, che, nel caso più semplice  $n = 2$ , era ben noto.

Per dimostrare l'asserto, supponiamo dapprima di conoscere un sistema  $H'_i$  di soluzioni delle (C) e delle (C'), e partiamo dall'osservazione, d'immediata verifica, che l'espressione

$$\sum_{\lambda} H_{\lambda} H'_{\lambda} du_{\lambda}$$

è in tal caso un differenziale esatto. Con una quadratura possiamo dunque determinare una funzione  $\Phi$  delle  $u_i$  che soddisfi alle equazioni

$$(6) \quad \frac{\partial \Phi}{\partial u_i} = -c H_i H'_i \Phi \quad (i = 1, 2, \dots, n),$$

e, per ciò, anche all'altra, che risulta dalle (3'), (5),

$$(7) \quad \mathcal{A}_1 \Phi = \sum_i \frac{1}{H_i^2} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial u_i} \right)^2 = -K \Phi^2,$$

essendo  $\mathcal{A}_1 \Phi$  il parametro differenziale primo. Ma di più dimostriamo che questa funzione  $\Phi$  soddisfa anche alle equazioni del secondo ordine di Weingarten (ved. *Lezioni*, vol. I, § 185)

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial u_i \partial u_k} - \sum_{\lambda} \left\{ \begin{matrix} i & k \\ & \lambda \end{matrix} \right\} \frac{\partial \Phi}{\partial u_{\lambda}} + K a_{ik} \Phi = 0,$$

per tutte le coppie  $(i, k)$ . Nel caso nostro, avendosi

$$a_{ii} = H_i^2 \quad a_{ik} = 0 \quad \text{per } i \neq k,$$

le equazioni di Weingarten si scrivono

$$(8) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial u_i \partial u_k} = \sum_{\lambda} \left\{ \begin{matrix} i & k \\ & \lambda \end{matrix} \right\} \frac{\partial \Phi}{\partial u_{\lambda}} \quad (i \neq k) \\ \frac{\partial^2 \Phi}{\partial u_i^2} = \sum_{\lambda} \left\{ \begin{matrix} i & i \\ & \lambda \end{matrix} \right\} \frac{\partial \Phi}{\partial u_{\lambda}} - K H_i^2 \Phi, \end{array} \right.$$

e si verifica facilmente che sono conseguenze delle (6), tenendo conto che (se  $i, k, l$  denotano indici *diversi*) i simboli di Christoffel hanno qui i valori

$$\left\{ \begin{matrix} i & k \\ l \end{matrix} \right\} = 0, \quad \left\{ \begin{matrix} i & k \\ i \end{matrix} \right\} = \frac{H_k}{H_i} \beta_{ki}, \quad \left\{ \begin{matrix} i & i \\ k \end{matrix} \right\} = -\frac{H_i}{H_k} \beta_{ki}, \quad \left\{ \begin{matrix} i & i \\ i \end{matrix} \right\} = -\sum_{\lambda} \frac{{}^{(i)} H_{\lambda}}{H_i} \beta_{i\lambda}.$$

La funzione  $\Phi$ , calcolata con una quadratura dalle (6), soddisfa dunque alle equazioni (8) di Weingarten e inoltre alla (7). Per quanto è dimostrato nelle *Lezioni* (loc. cit.), risulta: *Le ipersuperficie  $\Phi = \text{cost}$  nello spazio pseudosferico sono orisfere concentriche, ossia le loro traiettorie ortogonali sono geodetiche concorrenti in un punto all'infinito (parallele nel senso non-euclideo).*

Ora inversamente, se nello spazio pseudosferico  $S_n$  è noto un sistema ortogonale di Guichard-Darboux, definito da

$$ds^2 = H_1^2 du_1^2 + H_2^2 du_2^2 + \dots + H_n^2 du_n^2,$$

con

$$H_1^2 + H_2^2 + \dots + H_n^2 = a^2,$$

ed è nota una soluzione  $\Phi$  delle equazioni (8) di Weingarten e della (7), le formole

$$H'_i = -\frac{1}{cH_i} \frac{\partial \log \Phi}{\partial u_i}$$

danno un sistema di soluzioni delle (C), (C') e definiscono per ciò (intrinsecamente) un sistema di Guichard-Darboux complementare del primitivo.

Quando le geodetiche dello spazio  $S_n$  sono note, si hanno subito in termini finiti tutte le  $\infty^{n-1}$  soluzioni  $\Phi$  delle (7), (8), e, per ciò, anche tutti i sistemi complementari del sistema dato risultano intrinsecamente definiti.

Se prendiamo il caso dello spazio pseudosferico a 3 dimensioni, è facile vedere ulteriormente che (supposte note le linee geodetiche) i sistemi complementari di un dato sistema ortogonale di Guichard-Darboux si trovano in termini finiti *con quadrature*, e lo stesso vale naturalmente se si applica di nuovo la trasformazione complementare ai sistemi derivati, e così via.

8. Se consideriamo in particolare i sistemi di Guichard-Darboux nello spazio  $S_n$  *euclideo*, dovremo fare  $K = 0$ ; e le equazioni (B), per le  $\beta_{ik}$ , diventano

$$(9) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \beta_{ik}}{\partial u_l} = \beta_{il} \beta_{lk} \\ \frac{\partial \beta_{ik}}{\partial u_i} + \frac{\partial \beta_{ki}}{\partial u_k} + \sum_{\lambda} \beta_{\lambda i} \beta_{\lambda k} = 0 \\ \frac{\partial \beta_{ik}}{\partial u_k} + \frac{\partial \beta_{ki}}{\partial u_i} + \sum_{\lambda} \beta_{i\lambda} \beta_{k\lambda} = 0. \end{array} \right.$$

Questo sistema, completamente integrabile, ammette soluzioni  $\beta_{ik}$  dipendenti da  $n(n-1)$  funzioni arbitrarie ( $n. 3$ ), ed ogni soluzione ( $\beta_{ik}$ ) dà le rotazioni comuni ad infiniti sistemi  $n^{pi}$  ortogonali paralleli.

Fra questi sistemi, oltre la classe già caratterizzata dalla relazione

$$H_1^2 + H_2^2 + \dots + H_n^2 = \text{cost.},$$

ve ne ha una più ampia in cui questa relazione è sostituita dall'altra

$$(I) \quad H_1^2 + H_2^2 + \dots + H_n^2 = a\rho^2 + b,$$

dove  $a, b$  sono costanti arbitrarie, e  $\rho^2$  è il quadrato della distanza di un punto generico  $(u_1, u_2, \dots, u_n)$  da un punto fisso nello spazio (origine).

Per trovare i sistemi corrispondenti alla (I), si ricordi che, indicando con  $W_1, W_2, \dots, W_n$  le distanze (algebriche) dell'origine dalle facce dell' $n^{edro}$  principale, sussistono le relazioni

$$\rho \frac{\partial \rho}{\partial u_i} = H_i W_i, \quad \frac{\partial W_i}{\partial u_k} = \beta_{ik} W_k \quad (i \neq k).$$

Derivando la (I), si ottengono quindi le nuove equazioni

$$\frac{\partial H_i}{\partial u_i} = a W_i - \sum_{\lambda}^{(i)} \beta_{i\lambda} H_{\lambda},$$

sicchè pei sistemi  $n^{pi}$  ortogonali corrispondenti alla (I) dovranno sussistere le equazioni

$$(10) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial H_i}{\partial u_k} = \beta_{ki} H_k, \quad \frac{\partial H_i}{\partial u_i} = a W_i - \sum_{\lambda}^{(i)} \beta_{i\lambda} H_{\lambda} \\ \frac{\partial W_i}{\partial u_k} = \beta_{ik} W_k. \end{array} \right.$$

Queste formano, per la (9), un sistema completamente integrabile, ed ogni sua soluzione ( $H_i, W_i$ ) fornisce un sistema  $n^{plo}$  ortogonale dell' $S_n$  euclideo pel quale sussiste la (I).

9. Osserviamo, ora, che i sistemi ortogonali di Guichard-Darboux nello spazio a curvatura costante possono trasportarsi, colle note rappresentazioni conformi, nell' $S_n$  euclideo, e si ottengono allora sistemi ortogonali in questo spazio, che vengono a soddisfare relazioni analoghe alla (I).

Prendiamo dapprima il caso dello spazio pseudosferico e, posto per semplicità  $K = -1$ , facciamone la nota rappresentazione nel semispazio euclideo (*Lezioni*, vol. I, § 187), dove il  $ds^2$  avrà la forma

$$ds^2 = \frac{dx_1^2 + dx_2^2 + \dots + dx_n^2}{x_n^2}.$$



le  $x_1, x_2, \dots, x_n$  essendo nello spazio euclideo coordinate cartesiane ortogonali. Un sistema  $n^{plo}$  ortogonale di Guichard-Darboux nello spazio curvo con

$$H_1^2 + H_2^2 + \dots + H_n^2 = a^2,$$

dà nello spazio euclideo un corrispondente sistema con

$$dx_1^2 + dx_2^2 + \dots + dx_n^2 = x_n^2 (H_1^2 du_1^2 + H_2^2 du_2^2 + \dots + H_n^2 du_n^2);$$

e se poniamo

$$h_1 = x_n H_1, h_2 = x_n H_2, \dots, h_n = x_n H_n,$$

avremo quindi

$$(II) \quad h_1^2 + h_2^2 + \dots + h_n^2 = a^2 x_n^2,$$

relazione che è analoga alla (I). Viceversa, ogni sistema  $n^{plo}$  ortogonale nello spazio euclideo, che soddisfi alla (II), sarà l'immagine di un sistema di Guichard-Darboux dello spazio curvo. Le trasformazioni complementari di questi sistemi, che sopra abbiamo ottenuto, acquistano così un significato anche nello spazio euclideo, come trasformazioni dei sistemi ortogonali soddisfacenti alla (II).

Similmente, se per  $K$  qualunque prendiamo il  $ds^2$  sotto la forma di Riemann

$$ds^2 = \frac{dx_1^2 + dx_2^2 + \dots + dx_n^2}{\left\{ 1 + \frac{K}{4} (x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2) \right\}^2},$$

dai sistemi di Guichard-Darboux dedurremo, per rappresentazione conforme, sistemi  $n^{plo}$  ortogonali dello spazio euclideo ove la (II) sarà sostituita dall'altra

$$(II^*) \quad h_1^2 + h_2^2 + \dots + h_n^2 = a^2 \left\{ 1 + \frac{K}{4} (x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2) \right\}^2.$$

10. Un altro modo di arrivare ai sistemi ortogonali dello spazio  $S_n$  euclideo che soddisfano alla equazione (II), anzi ad una più generale, si ottiene partendo dalle osservazioni seguenti, che vengono suggerite dalla forma del sistema (B):

Se poniamo

$$\bar{\beta}_{ik} = \beta_{ki},$$

vediamo dalle (B) che le  $\bar{\beta}_{ik}$  soddisfano alle equazioni caratteristiche per le rotazioni di un sistema  $n^{plo}$  ortogonale nell' $S_n$  euclideo

$$(11) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \bar{\beta}_{ik}}{\partial u_l} = \bar{\beta}_{il} \bar{\beta}_{lk} \\ \frac{\partial \bar{\beta}_{ik}}{\partial u_i} + \frac{\partial \bar{\beta}_{ki}}{\partial u_k} + \sum_{\lambda}^{(i,k)} \bar{\beta}_{\lambda i} \bar{\beta}_{\lambda k} = 0. \end{array} \right.$$

Le equazioni della prima linea in (B), che scriviamo

$$\frac{\partial Z_i}{\partial u_k} = \bar{\beta}_{ik} Z_k, \quad \frac{\partial Z_i}{\partial u_i} = - \sum_{\lambda}^{(i)} \bar{\beta}_{\lambda i} Z_{\lambda},$$

sono quelle che caratterizzano i coseni  $(Z_1, Z_2, \dots, Z_n)$  degli angoli che una direzione *fissa nello spazio* forma cogli spigoli dell' $n^{edo}$  principali, mentre le equazioni della penultima linea in (B) si scrivono

$$\frac{\partial \bar{\beta}_{ik}}{\partial u_k} + \frac{\partial \bar{\beta}_{ki}}{\partial u_i} + \sum_{\lambda}^{(i,k)} \bar{\beta}_{i\lambda} \bar{\beta}_{k\lambda} + K Z_i Z_k = 0.$$

Ora, se prendiamo uno qualunque degli infiniti sistemi  $n^{pi}$  ortogonali paralleli, colle rotazioni  $\bar{\beta}_{ik}$  che soddisfano alle (11), ed è

$$ds^2 = \sum_{\lambda} H_{\lambda}^2 du_{\lambda}^2$$

la corrispondente forma del  $ds^2$ , le  $H_i$  debbono essere assoggettate dapprima alle sole condizioni

$$\frac{\partial H_i}{\partial u_k} = \bar{\beta}_{ki} H_k \quad (i \neq k),$$

e in ogni caso l'espressione

$$dz = \sum_{\lambda} H_{\lambda} Z_{\lambda} du_{\lambda}$$

è il differenziale esatto di una funzione  $z$  che rappresenta la distanza di un punto generico  $(u_1, u_2, \dots, u_n)$  da un iperpiano *fisso* normale alla direzione  $(Z_1, Z_2, \dots, Z_n)$ . Dimostriamo che: *si possono ulteriormente fissare le  $H_i$  in guisa da soddisfare alla relazione*

$$(III) \quad H_1^2 + H_2^2 + \dots + H_n^2 + K z^2 = \text{cost.}$$

E infatti, derivando questa rapporto ad  $u_i$ , otteniamo

$$\frac{\partial H_i}{\partial u_i} = - \sum_{\lambda}^{(i)} \bar{\beta}_{i\lambda} H_{\lambda} - K z Z_i,$$

sicchè, riunendo le equazioni ottenute in tutte le incognite

$$z, Z_i, H_i, \bar{\beta}_{ik},$$

veniamo a formare il sistema seguente:

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial \bar{s}}{\partial u_i} = H_i Z_i \\
 & \frac{\partial Z_i}{\partial u_k} = \bar{\beta}_{ik} Z_k, \quad \frac{\partial Z_i}{\partial u_i} = - \sum_{\lambda}^{(i)} \bar{\beta}_{\lambda i} Z_{\lambda} \\
 & \frac{\partial H_i}{\partial u_k} = \bar{\beta}_{ki} H_k, \quad \frac{\partial H_i}{\partial u_i} = - \sum_{\lambda}^{(i)} \bar{\beta}_{i\lambda} H_{\lambda} - K Z_i Z_i \\
 & \frac{\partial \bar{\beta}_{ik}}{\partial u_i} = \bar{\beta}_{il} \bar{\beta}_{lk} \\
 & \frac{\partial \bar{\beta}_{ik}}{\partial u_i} + \frac{\partial \bar{\beta}_{ki}}{\partial u_k} + \sum_{\lambda}^{(i,k)} \bar{\beta}_{\lambda i} \bar{\beta}_{\lambda k} = 0 \\
 & \frac{\partial \bar{\beta}_{ik}}{\partial u_k} + \frac{\partial \bar{\beta}_{ki}}{\partial u_i} + \sum_{\lambda}^{(i,k)} \bar{\beta}_{i\lambda} \bar{\beta}_{k\lambda} + K Z_i Z_k = 0.
 \end{aligned}
 \tag{12}$$

Questo è, come facilmente si verifica, un sistema completamente integrabile. Dunque: *esistono nello spazio  $S_n$  euclideo sistemi  $n^{pi}$  ortogonali che soddisfano alla condizione (III): essi dipendono da  $n(n-1)$  funzioni arbitrarie.*

Se si suppone in particolare  $K$  negativa e si assume nulla la costante del secondo membro nella (III), si ritorna ai sistemi ortogonali caratterizzati dalla (II).

Da ultimo osserveremo che si ottengono ulteriori classi di sistemi  $n^{pi}$  ortogonali degli spazi a curvatura costante col procedimento seguente. Insieme con le (A), che valgono per un sistema ortogonale nello spazio  $S_n$  a curvatura costante  $K$ , immaginiamo di scrivere le analoghe, che distingueremo con accenti, per un altro spazio  $S'_n$  a curvatura costante  $K'$ , e riuniamo i due sistemi di formole ponendo inoltre

$$\beta'_{ik} = \beta_{ki}.$$

Veniamo così a formare il sistema

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial H_i}{\partial u_k} = \beta_{ki} H_k, \quad \frac{\partial H'_i}{\partial u_k} = \beta_{ik} H'_i \\
 & \frac{\partial \beta_{ik}}{\partial u_i} = \beta_{il} \beta_{lk} \\
 & \frac{\partial \beta_{ik}}{\partial u_i} + \frac{\partial \beta_{ki}}{\partial u_i} + \sum_{\lambda}^{(i,k)} \beta_{\lambda i} \beta_{\lambda k} + K H_i H_k = 0 \\
 & \frac{\partial \beta_{ik}}{\partial u_k} + \frac{\partial \beta_{ki}}{\partial u_i} + \sum_{\lambda}^{(i,k)} \beta_{i\lambda} \beta_{k\lambda} + K' H'_i H'_k = 0.
 \end{aligned}
 \tag{13}$$



Questo, comunque si prendono le costanti  $K, K'$ , è sempre, nelle funzioni incognite  $(H_i, H'_i, \beta_{ik})$ , un sistema completamente integrabile, come risulta dai calcoli stessi eseguiti al n. 3 per il sistema (B).

Ad ogni soluzione  $(H_i, H'_i, \beta_{ik})$  delle (13) corrisponde una *coppia* di sistemi ortogonali, l'uno nello spazio  $S_n$ , l'altro nello spazio  $S'_n$ , definito rispettivamente da

$$ds^2 = \sum_{\lambda} H_{\lambda}^2 du_{\lambda}^2, \quad ds'^2 = \sum_{\lambda} H'_{\lambda}{}^2 du_{\lambda}^2;$$

e le rotazioni sono comuni ai due sistemi, però con inversione degli indici.

Se in queste formole generali poniamo

$$K' = K, \quad H'_i = H_i,$$

onde segue

$$\beta_{ik} = \beta_{ki},$$

le (13) si riducono al sistema *completamente integrabile*

$$(14) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial H_i}{\partial u_k} = \beta_{ki} H_k \\ \frac{\partial \beta_{ik}}{\partial u_l} = \beta_{il} \beta_{lk} \quad (\beta_{ik} = \beta_{ki}) \\ \sum_{\lambda} \frac{\partial \beta_{ik}}{\partial u_{\lambda}} + K H_i H_k = 0. \end{array} \right.$$

I sistemi  $n^{pi}$  ortogonali corrispondenti dello spazio  $S_n$  a curvatura costante  $K$  sono gli analoghi di quei sistemi (E) dell'ordinario spazio  $S_3$  euclideo, a cui Darboux ha dedicato i cap. VIII et IX (livre III) delle sue *Leçons*.

Siccome  $\beta_{ik} = \beta_{ki}$ , indi

$$\frac{\partial H_i^2}{\partial u_k} = \frac{\partial H_k^2}{\partial u_i},$$

si può porre

$$H_i^2 = \frac{\partial \Theta}{\partial u_i} \quad (i = 1, 2, \dots, n),$$

essendo  $\Theta$  una funzione di  $u_1, u_2, \dots, u_n$ . Così il  $ds^2$  dello spazio prende la forma *caratteristica* per questi sistemi (E)

$$ds^2 = \frac{\partial \Theta}{\partial u_1} du_1^2 + \frac{\partial \Theta}{\partial u_2} du_2^2 + \dots + \frac{\partial \Theta}{\partial u_n} du_n^2.$$

Ancor più in particolare, se si fa  $K = 0$ , si hanno i sistemi (E) nell' $S_n$  euclideo, ai quali si estendono subito i metodi di trasformazione del caso ordinario  $n = 3$  (Darboux, loc. cit.).

## Fisica terrestre. — *Parossismo dello Stromboli nel 1915.*

Nota del Socio A. Riccò.

Dal novembre 1889 in poi l'Osservatorio geodinamico di Catania riceveva notizie dell'attività dello Stromboli dalla famiglia Renda intelligenti e cortesi proprietari nell'isola. Nell'agosto del 1891 lo scrivente, essendosi recato a Stromboli insieme al compianto prof. Mercalli per studiarvi un parossismo di quel vulcano, ebbe occasione di accertare ed utilizzare la felice situazione del semaforo per la sorveglianza del vulcano; infatti quel semaforo è eretto in luogo elevato sulla Punta Labronzo ed in forma di torrione, alto sul mare 80 m.; pertanto propose al Direttore dell'Ufficio centrale di meteorologia e geodinamica di affidare la detta sorveglianza, con l'obbligo di un rapporto mensile, al personale del semaforo medesimo; personale il quale, essendo organizzato militarmente e compiendo già il servizio sismico, era da aspettarsi che avrebbe prestato regolarmente anche quello vulcanologico; l'idea piacque, ma potè effettuarsi completamente soltanto nell'agosto 1898.

Se non che il terremoto di Calabria dell'8 settembre 1905, fra gli altri gravi danni arrecati a Stromboli, sconvolse per modo l'edificio del semaforo da renderlo pericolante, e per parecchi anni fu abbandonato dal personale; il quale per il servizio semaforico si valeva di una capanna provvisoria, non molto felicemente collocata per la sorveglianza continua e particolareggiata del vulcano; così che, nei casi di osservazioni importanti, il personale medesimo doveva recarsi, con non brevi escursioni, in altri punti dell'isola per veder meglio l'apparato eruttivo dello Stromboli.

Questo durò sino al 1915, anno in cui, compiuti il restauro e l'inrobustimento del posto semaforico, il personale ha cominciato a prendere di nuovo sede nel semaforo vecchio e ad eseguire di là le osservazioni del vulcano.

E così dall'attuale capo semaforista sig. E. D'Aloisio, l'Osservatorio di Catania fu esattamente informato del parossismo dello Stromboli, cominciato il giorno 11 giugno 1915, e caratterizzato da abbondante eruzione di lava in colata; fenomeno non così straordinario come si riteneva in passato, ma tuttavia poco frequente: infatti la precedente emissione di lava in colata si è verificata nel 1891, cioè con un intervallo di 24 anni.

Intanto, non ostante tutto l'interesse che vi era a studiare il recente parossismo, nelle condizioni in cui si trova l'Osservatorio di Catania non era possibile allo scrivente di allontanarsi per un tempo abbastanza lungo, quanto sarebbe stato necessario per il viaggio complicato e la visita e lo studio del vulcano; poichè la gran parte del personale del nostro Istituto è stata richia-

mata sotto le armi, ed inoltre l'Assistente per la geodinamica è stato collocato a riposo, in seguito a sua domanda, per motivi di salute, e da alcuni anni il suo posto è lasciato vacante.

Avendo parlato di questo stato di cose con amici e colleghi, si venne all'idea di formare una commissione per la quale offrivano volenterosamente la loro opera il prof. G. Mengarini della R. Scuola d'applicazione per gli ingegneri in Roma, il prof. Gaetano Platania, insegnante geografia fisica nella Università di Catania, e (in seguito ad intelligenza col direttore dell'Istituto di mineralogia, prof. L. Bucca) il prof. Gaetano Ponte, libero docente di mineralogia, addetto all'Istituto suddetto. Questo progetto fu approvato dal Ministero d'agricoltura. Ma per circostanze speciali la missione non poté cominciare presto le sue operazioni: il prof. Mengarini dovette rinunciare a parteciparvi per il momento, in causa di un importante servizio pubblico da sorvegliare, e gli altri due membri della missione non poterono partire insieme; ma questo portò il vantaggio di potere studiare il parossismo dello Stromboli in due fasi diverse.

Inoltre il prof. Platania, che al 10 novembre partì per il primo, fortunatamente trovò sul luogo il vulcanologo italo-americano ing. F. A. Perret, il quale gli fu compagno nelle escursioni al vulcano: e, avendo saputo del nostro desiderio di avere notizie della eruzione in corso, inviò cortesemente allo scrivente lettere e fotografie (eseguite con la sua consueta e grande abilità) relative al fenomeno, e promise anche una breve relazione sull'eruzione; ma, disgraziatamente, alla fine di gennaio 1915 egli ricevette la dolorosa notizia della morte del padre, e dovè partire improvvisamente per New York, autorizzandomi però a valermi delle sue lettere.

Il prof. Ponte poi partì per Stromboli il 24 dicembre, quando l'emissione di lava era cessata e l'attività generale del vulcano era diminuita; ma ciò appunto gli permise di visitare e studiare più da vicino l'apparato eruttivo ed i suoi prodotti, come non sarebbe stato possibile durante il parossismo eruttivo.

Il Capo semaforista sig. D'Aloisio poi fu largo d'informazioni e d'ogni sorta di aiuti e cortesie a Perret, Platania e Ponte, e fu ad essi guida intelligente ed esperta dei luoghi. A lui in special modo, ed anche agli altri del personale del semaforo che lo secondarono premurosamente, noi tutti siamo vivamente riconoscenti.

Dai sumentovati rapporti del sig. D'Aloisio risulta che nel 1915, fino a giugno, lo Stromboli è stato in attività relativamente mediocre, eruttando fumo azzurro, o bianco, o grigio, o nero per essere trascinata cenere ed anche lapillo; queste eruzioni erano frequentemente accompagnate da detonazioni forti, talora fortissime, e sovente anche da emissioni di anidride solforosa. Nei primi di giugno il fumo, la cenere ed i lapilli divennero più abbondanti.



Il giorno 11, a 23<sup>h</sup>40<sup>m</sup>, cominciò l'eruzione continua di lava; il 18 la lava si fece più abbondante, per modo da formare un letto di fuoco lungo la *Sciara*; a 17<sup>h</sup>48<sup>m</sup>30<sup>s</sup> si avvertì al semaforo una scossa ondulatoria di terremoto con intensità medioere (del IV grado della scala Mercalli), della durata di circa tre secondi; al 6 luglio l'eruzione di lava era aumentata e formava un solo letto di fuoco sino al mare, e così continuò fino al 12; poi diminuì, ed al 25 ne uscì pochissima, e così fino alla fine del mese di luglio; però seguirono sempre abbondanti eruzioni di fumo, cenere e lapilli, con detonazioni ed emissioni di anidride solforosa.

Nel mese di agosto continuarono le dette eruzioni, ma quella della lava fu sempre poca.

Nel mese di settembre vi fu eruzione di fumo azzurro, bianco od oscuro, cenere e lapillo abbondante, e di molta lava fino al 15; da quel giorno al 23 poca lava; dal 24 al 30 lava in considerevole quantità.

Nel mese di ottobre vi furono sempre abbondanti eruzioni di fumo, cenere e lapillo e molta lava.

In novembre l'eruzione continuò allo stesso modo sino al 9; il 10 e 11 poca lava; il 12, alle ore 20, cessò l'eruzione di lava, e continuò quella di cenere e lapillo. Il 13 ebbe luogo il risveglio di attività dello Stromboli, cui assistettero anche Platania e Perret.

Mancando, per quel che si è detto, la relazione di Perret, lo scrivente cerca di supplire con un riassunto del contenuto delle interessanti lettere e telegrammi ricevuti da lui: riassunto bensì fedele, ma che non può avere il valore che avrebbe avuto la promessa relazione elaborata dal Perret medesimo. Si è creduto utile di far questo anche per il periodo di tempo in cui erano insieme Perret e Platania, perchè essi hanno spesso rivolto la loro attenzione a fenomeni diversi, e quindi i referti dei due osservatori frequentemente si completano. A questi miei cenni seguiranno le Note preliminari dei professori Platania e Ponte che trattano delle osservazioni da essi fatte; e così chi legge potrà avere un'idea abbastanza completa dei fenomeni manifestatisi in questo parossismo dello Stromboli. In seguito compariranno Memorie più estese dei medesimi autori e, speriamo, anche dell'ingegnere Perret, nelle quali il materiale di osservazione raccolto sarà da essi completamente elaborato, discusso ed illustrato da numerose fotografie, delle quali si presentano saggi all'Accademia.

Il Perret, arrivato a Stromboli il mattino del 9 novembre, si recò in barca per vedere dal mare l'insieme del teatro oruttivo del vulcano. Notò che sotto al cratere attivo, fra cento e duecento metri, si era formata una *bocca di fuoco* colla forma di bocca di forno dalla quale usciva la colata di lava, che, spostandosi ora verso un lato ora verso l'altro, aveva coperto con un mantello di lava « a ventaglio » parte notevole del pendio detto *Sciara del fuoco*, arrivando talvolta fino al mare; ma l'ultima colata si era fermata a circa

3 metri dall'acqua. Nella sua discesa lungo il pendio, quantunque ripidissimo (37° in media), la colata si era mantenuta tutta continua e non se ne staccava; come al contrario fece la lava dell'Etna nell'eruzione del 1908.

Vi era una bocca dell'apparato eruttivo superiore, la più vicina alla *Sciara del fuoco*, che egli ritiene sia la più direttamente connessa col condotto centrale del vulcano e la più costantemente attiva.

Il 10 novembre il Perret, recatosi alla cima, potè vedere che la grande voragine del 1911 si era trasformata in tre crateri completi ed attigui ed un altro assai piccolo. Questi crateri sono: *A*, il più avanzato verso la *Sciara*; *B*, il piccolo cratere a nord-est di *A*; *C*, un grande cratere a sud di *A*; *D*, un altro cratere a levante di *A*. Questo cratere *A* faceva forti esplosioni ogni 5-15 minuti; *B* gettava sbuffi di fumo bianco; *D* non funzionava ed era coperte da incrostazioni gialle. Questi crateri, nella seguente Nota di Ponte, sono così denominati: *A* cratere della *Sciara del fuoco*; *B* e *D* crateri del Filo del solfo; *C* cratere del Torrione.

Dopo certe eruzioni della bocca *A* succedevano dei franamenti; dal chiarore dei brandelli di lava lanciati in alto il Perret ha giudicato che la loro temperatura fosse intorno 1100°; gli è stato poi riferito che nei giorni precedenti, quando l'eruzione era in piena attività, nella notte veniva illuminato tutto il paese.

Il vento di scirocco violentissimo ed il lancio di pietre dalla bocca *A* gli impedirono di arrivare dalla *Timpa di barabonda* alla lava per misurarne la temperatura con un pirometro termoelettrico.

Il 12 novembre il Perret si recò al semaforo a Labronzo e di là vide che la bocca *A*, con forti esplosioni, lanciava del materiale che però arrivava soltanto all'orlo del cratere, il che indicava che la lava nell'interno di esso si era molto abbassata. Nel pomeriggio Perret e Platania, arrivato allora a Stromboli, si recarono insieme, con la barca, in faccia alla *Sciara del fuoco* e videro che la lava aveva cessato di fluire. La bocca di fuoco, da cui prima usciva, brillava con una certa incandescenza; la bocca *A* lanciava in alto bellissime *gerbes* (getti divergenti) di materiali incandescenti, indicanti il rialzo della colonna lavica interna; secondo fu riferito a loro dal personale del semaforo, queste esplosioni cessarono a 4<sup>h</sup> 30<sup>m</sup> del giorno seguente (13 novembre). A 9<sup>h</sup> 15<sup>m</sup> di questo giorno, mentre Perret e Platania stavano per uscire dal paese San Vincenzo, ebbe luogo improvvisamente una formidabile esplosione *secca*, come colpo di cannone; dall'apparato eruttivo si elevarono prima una, poi tre colonne di materiali di color grigio oscuro, e dopo 5 o 6 minuti cominciò in paese una grandinata di scorie vetrose vescicolari, leggere, la quale durò parecchi minuti; dopo 15 minuti, vi fu una replica, ma relativamente debole.

Allora essi sono saliti per la via del semaforo a Punta Labronzo (cioè verso nord-ovest) per essere in vista dell'apparato eruttivo.

A 500 m. di altitudine già si vedevano delle masse di lava cadute roventi, che avevano bruciato erba e viti. Più in su incontrarono una grande quantità di lava cristallina, molto bollosa, caduta di recente, avente generalmente gli angoli smussati dall'attrito. E in tutta la parte alta del vulcano vi era un gran numero di blocchi angolosi di lava antica, strappati dall'interno del vulcano, che erano ancora caldi il 14: tanto da non potere essere toccati con le mani. Alcuni erano in parte coperti di lava nuova vetrosa, stirata in filamenti bellissimi. Lo scoppio aveva spento tutti e tre i crateri e demolita in parte la parete tra *A* e *D*. Le bocche facevano alternativamente eruzione di materiale frammentario, che il Perret ha fotografato e cinematografato. Nessuno efflusso lavico.

A 13<sup>h</sup> 30<sup>m</sup> si è prodotta nella *Sciara del fuoco* una grande frana che aveva le proporzioni di una valanga; trasportava in mare molta lava calda che faceva svolgere copiosi vapori dall'acqua.

Nel pomeriggio del 14 novembre Perret e Platania sono andati a Punta Labronzo ed hanno visto di nuovo una magnifica colata che scendeva diritto per la *Sciara del fuoco*: un torrente di blocchi incandescenti, provenienti da essa, arrivava fino al mare, ma la vera colata non ancora.

Nel pomeriggio del 15 i medesimi osservatori sono tornati a Punta Labronzo; la colata fluiva sempre, ma lentamente e non arrivava fino al mare.

Tra la bocca della lava e l'orlo inferiore del cratere vi era un rialzo di lava nuova nera che sembrava risultare da un originale trabocco di lava dal cratere stesso; questo rialzo pareva formasse un *tunnel* dal quale usciva il vapore azzurrognolo, esalato dalla lava che scorreva sotto.

Il giorno 18 novembre Perret e Platania sono andati in barca davanti alla *Sciara del fuoco*. La colata lavica, iniziata dopo la grande esplosione del 13, era molto attiva e scendeva per la Sciara in massa unica, continua dalla bocca fin giù non ostante il pendio ripido ed in certi punti ripidissimo (fin del 60 %); il primo tratto sembrava diviso in due strisce luminose da una striscia oscura nel mezzo, a guisa della morena mediana dei ghiacciai. La colata aveva dappertutto una forte convessità, e verso il basso si faceva sempre più larga. La larghezza era aumentata dalle scorie che scendevano ai fianchi, cosicchè nell'insieme si ha un cuneo o triangolo di materiale eruttato con la base due a tre volte la detta larghezza della vera colata a mare.

Mentre la colata del 9 novembre scendeva verso ponente e formava la più occidentale delle colate, questa del 18 volgeva a levante e formava la colata più orientale. Così aumentava la larghezza di questo ventaglio di lava che ricopre parte della *Sciara del fuoco*.

Il Perret credeva che il parossismo precedente con eruzione di lava nel 1891 non abbia dato luogo ad uno sgorgo di tale quantità di lava come stavolta: e riteneva che ciò poi sarebbe stato certo se questa fase effusiva fosse durata ancora, come infatti avvenne.

La lava è uscita sempre senza esplosione e senza notevoli emissioni di gas; ed è da osservare che, quantunque la colata costituisca un efflusso laterale rispetto all'edificio vulcanico, realmente è un semplice trabocco di lava; questa sale nel condotto vulcanico sino al livello della frattura dando i suoi gas ai crateri superiori, effluisce tranquillamente per il *tunnel* e sgorga all'esterno sulla *Sciara del fuoco*.

Come il Perret ha notato anche altrove, l'interno della colata alla estremità inferiore conserva quasi la temperatura che aveva alla sua emissione, specialmente quando, come in questo caso, la massa è grande e la lava fluisce rapidamente. Il colore e la vivacità della incandescenza alla estremità superiore della colata dello Stromboli ed alla estremità inferiore, quando questa era scoperta, non presentavano all'occhio differenza sensibile. All'eruzione dell'Etna del 1910, nella estremità inferiore della colata, a circa 9 km. dalla bocca d'emissione, il Perret ha misurato 1000°. Egli sperava di riuscire a misurare anche la temperatura della lava dello Stromboli; ma poi il tempo gli fu ostinatamente avverso, talchè dal 19 al 22 novembre non gli è stato possibile fare altra osservazione, se non quella del magnifico bagliore di luce riflessa dai vapori e dalle nubi, che dimostrava essere la lava attivissima negli ultimi due giorni.

All'entrata della lava in mare gli effetti erano interessantissimi, e corrispondevano a quelli dal Perret stesso osservati a Sakurashima (Giappone) nell'eruzione del 1914; egli ne ha fatto numerose fotografie e la cinematografia.

Il giorno 25 novembre il Perret ha fatto in barca il giro dell'isola. La colata era molto meno attiva; aveva formato un promontorio sporgente nel mare forse 10 m., e si moveva con estrema lentezza. I crateri davano sbuffi di vapori biancastri, senza esplosioni; di tempo in tempo, qualche frana nel loro interno produceva una nube nera.

Il 26 novembre, al mattino, vi sono state tre esplosioni, di cui una fortissima. A 7<sup>h</sup> 12<sup>m</sup> vi è stato un aeremoto, da prima senza suono o rumore percettibile, almeno in casa, a San Vincenzo, distante km. 2½ dall'apparato eruttivo; poi, dopo quasi un minuto, è seguita l'esplosione fortissima, un poco meno intensa di quella del 13, ma più profonda; un'altra ebbe luogo a 8<sup>h</sup> 5<sup>m</sup>, riferita dal personale del semaforo, ed a 8<sup>h</sup> 30<sup>m</sup> circa si è fermata totalmente la colata di lava. Nella notte precedente vi era stata poca lava, ma da 5<sup>h</sup> era abbondante e le esplosioni avvennero *durante* questa forte emissione di lava. Il barometro era basso (753 mm.: ridotto a 0° C. ed al livello del mare).

Il 27 novembre niente lava; le bocche *A* e *C* davan sbuffi di fumo bianco; la bocca *D* era chiusa, e forse anche la *B*.

Il 28 tempesta e neve; niente lava.



Il 29 Perret potè salire al vulcano per la *Arena grande*, cioè da levante, onde evitare la neve profonda, ed è arrivato giusto in tempo per assistere ad una bella *ri/usa* alla bocca della lava: questa usciva colla velocità di circa un metro al secondo (stimata col binocolo), ma la colata si fermò dopo circa 100 m. di cammino, ed al Perret sembrò di poca importanza.

In questa escursione il Perret potè constatare che l'esplosione del 28 aveva gettato massi di più che una tonnellata, formati di un conglomerato di blocchi cementati da lava nuova, e forse anche di cristalli liberi di pirosseno; come pure era stata lanciata della lava nuova vescicolare, ma più densa della scoria leggera del 13 novembre, e di un bel colore grigio. Il Perret ha giudicato che vi fossero gl'indizi di *eruzione finita*; vi era allora una estesa area fumarolica; le bocche non davano che deboli *vampe*, e non vi era luminosità nel cratere.

Peraltro il Perret ha ritenuto che lo Stromboli, dopo questo parossismo, non fosse in uno stato di esaurimento come dopo le fasi esplosive del 1907 e 1912. Infatti, come si dirà dopo, le eruzioni intermittenti di lava in colata e la singolare attività durarono ancora per qualche tempo.

Il Perret dice che anche nel parossismo dello Stromboli di cui qui si tratta è stata confermata la sua opinione, che ha manifestato parecchie volte, della realtà della influenza lunisolare sull'attività dello Stromboli e degli altri vulcani.

E veramente il parossismo e l'efflusso della lava cominciarono l'11 giugno a 23<sup>h</sup> 40<sup>m</sup>, e la luna era nuova il 12 e passava insieme al sole al meridiano inferiore di Stromboli quasi all'ora del risveglio del vulcano: dunque veramente la luna ed il sole esercitavano un massimo della loro azione attraente sullo Stromboli quando si riattivò.

Lo scrivente, occupandosi nel 1892 del parossismo dello Stromboli avvenuto nel 1891 <sup>(1)</sup>, valendosi di un elenco dei nove parossismi precedenti del detto vulcano, elenco compilato dal Mercalli, e confrontandolo con le posizioni della luna e del sole alle relative date, venne alla conclusione che in quattro casi la luna ed il sole erano in congiunzione od in opposizione alla data di un parossismo, e che in sei casi vi era poca differenza fra la data del parossismo e quella della luna perigea.

Inoltre lo scrivente, avendo nel 1907 <sup>(2)</sup> compilato un quadro sinottico dell'attività dello Stromboli nel periodo 1891-1907, in cui sotto la sua direzione si eran fatte osservazioni regolari del vulcano, constatò che vi erano stati ventidue parossismi: che in 12 di essi la posizione della luna e del sole era favorevole alla ipotesi di una azione lunisolare, analoga a quella che agisce nelle maree; in tre era indifferente, in sette era contraria.

(1) Atti dell'Accademia Gioenia, ser. 4<sup>a</sup>, vol. V, 1892, Memoria XI<sup>a</sup>.

(2) Boll. dell'Accademia Gioenia, fasc. 94<sup>o</sup>, giugno 1907.

Questi risultati tendono a confermare l'opinione del Perret.

Dirà lo scrivente ancora che egli ha provato a fare una analoga indagine per le eruzioni dell'Etna delle quali è dato il giorno del principio, cioè dal 1169 in poi, confrontandolo col giorno delle quattro fasi principali della luna; venendo fino ai tempi recenti non ha ottenuto risultati decisivi, ma dal 1883 in poi si ha quanto segue:

PRINCIPIO DELL'ERUZIONE	FASE DELLA LUNA
1883 22 marzo	L. P. 23 marzo
1886 19 maggio	L. P. 18 maggio
1892 9 luglio	L. P. 10 luglio
1899 25 luglio	L. P. 25 luglio, perigea al 23
1908 29 aprile	L. N. 30 aprile
1910 23-24 marzo	L. P. 25 marzo
1911 11 settembre	L. P. 8 settembre

Si può dirè dunque, per queste eruzioni, che la luna era sempre vicina alle sizigie nel momento in cui esse scoppiarono: per il quale si è preso il giorno in cui comparve la lava in colata, eccetto per l'eruzione del 1899 in cui vi furono soltanto grandi esplosioni di fumo e materiale incoerente, ma non lava in colata.

La differenza di risultato per le antiche e per le recenti eruzioni, in gran parte almeno, deve spiegarsi per la poca esattezza delle antiche osservazioni dell'Etna, rese difficili dagli ostacoli all'accesso al grande vulcano, coperto allora da foreste pressochè impenetrabili, e per mancanza d'organizzazione speciale per queste indagini: e in vero sarebbe molto improbabile la supposizione che l'Etna abbia cambiato modo d'agire negli ultimi tempi.

Quindi pare si possa concludere che anche sulle eruzioni etnee si fa sentire la influenza lunisolare.

Lo scrivente aggiunge, poi, che il principio dell'eruzione sottomarina presso Pantellèria nel 1891, da lui visitata e studiata, avvenne il 17 ottobre, quando la luna era prossimamente in sizigie sul meridiano della detta isola e prossima al perigeo <sup>(1)</sup>.

Il Palmieri ed altri ammettevano questa influenza sulle eruzioni del Vesuvio; cosicchè sembra si tratti di un fatto generale per tutti i vulcani italiani attualmente attivi e forse per tutti i vulcani della terra.

Lo scrivente finirà questi cenni dicendo come cessò definitivamente l'eruzione di lava in colata e l'attuale parossismo, secondo i rapporti del personale semaforico di Stromboli.

Nel mese di dicembre, fino al giorno 7, vi fu eruzione di fumo e di lava in gran quantità; poca l'8 e 9; il 10, a 4<sup>h</sup> 50<sup>m</sup>, esplosione fortissima con

(1) Atti dell'Accademia Gioenia: loco citato.

lancio di lava in grandi massi e brandelli incandescenti a grandissima altezza; altre forti esplosioni a 4<sup>h</sup> 53<sup>m</sup>, 4<sup>h</sup> 54<sup>m</sup>, 8<sup>h</sup> 48<sup>m</sup>; dall'11 al 20 fumo, lapillo e lava abbondante in colata con detonazioni frequenti; dal 21 al 31, soltanto fumo bianco o nero, lapillo, cenere con detonazioni e deboli boati.

In gennaio 1916, il giorno 6, a 7<sup>h</sup> 37<sup>m</sup>, una fortissima esplosione ed eruzione a grande altezza di blocchi di lava, lapillo, cenere e fumo nero, ed altre esplosioni nella giornata. Dal 24 al 31 durante la notte si sono osservate eruzioni di piccoli massi incandescenti, lapillo e poca cenere.

In febbraio vi fu eruzione soltanto di fumo biancastro, talvolta nero, di piccoli e scarsi massi di lava incandescenti; e così fino alla fine del mese.

Dunque, l'efflusso della lava in colata più o meno abbondante durò effettivamente fino al 20 dicembre 1915: dopo, la lava fu eruttata soltanto di quando in quando ed in brandelli incandescenti e massi isolati, ed il vulcano riprese il suo modo ordinario di funzionare.

*Termodinamica. — Sulla legge di Poisson in relazione al primo principio di termodinamica, in risposta al prof. Guglielmo.*  
Nota del Corrispondente prof. GUIDO GRASSI.

Non posso lasciare senza risposta la Nota pubblicata in questi Rendiconti (2° fascicolo, 1° semestre 1916) dal prof. Guglielmo, poichè in essa l'autore combatte recisamente quanto io avevo affermato in una mia precedente Nota (7° fascicolo, 1° semestre 1915 di questi Rendiconti) relativamente alla cosiddetta formola di Poisson, o di Laplace, che esprime la legge delle trasformazioni adiabatiche dei gas; e cioè che la dimostrazione di quella formola va considerata come indipendente dal principio dell'equivalenza.

Dice il prof. Guglielmo che io non ho tenuto conto dell'autorevole parere di Van der Waals e Kohnstamm, i quali dichiarano che nel ragionamento col quale Poisson ha ottenuto la formola, deve esser contenuta in qualche modo la legge della conservazione dell'energia. Poi ricorda che Clausius e tutti i migliori autori di trattati di termodinamica deducono la formola dal primo principio. Afferma infine che anch'io, senza accorgermene, ho fatto lo stesso, e conclude: nè poteva essere altrimenti.

Io osservo, anzitutto, che avendo, secondo il mio modo di vedere, una prova diretta che la formola di Poisson si dimostra senza ricorrere affatto al primo principio, non avevo bisogno di preoccuparmi più dei dubbj che qualche autore aveva potuto sollevare. Non credevo poi di mancare di rispetto nè a Clausius, nè agli altri autori citati dal prof. Guglielmo, perchè quegli autori non affermano ciò che sostiene il Guglielmo, non dicono che la via da loro seguita sia l'unica possibile, e che sia indispensabile presupporre la legge della equivalenza per giungere alla formola di Poisson.



Unica eccezione sarebbe il Van der Waals, ma anche questa soltanto in forma dubitativa.

Ora l'opinione di questo autore, non solo non appare appoggiata a validi argomenti, ma fa nascere spontanea la domanda: Perchè non ha sottoposto la dimostrazione di Poisson ad un esame accurato e non ha ricercato la spiegazione di quanto afferma, la soluzione del suo dubbio?

Io d'altronde sapevo benissimo che nello scritto del Poisson non si trova alcun accenno al primo principio che abbia potuto influire sul procedimento dimostrativo della formola; non avevo, ripeto, alcun motivo di dubitare del mio giudizio, perchè trovavo la cosa naturalissima.

D'altronde, lo dice lo stesso prof. Guglielmo, il Van der Waals non dà alcuna spiegazione; e, per conto mio, credo che sia rimasto ingannato dal procedimento seguito da molti autori per dimostrare la formola di Poisson, procedimento che ha l'apparenza di far discendere la detta formola da quelle che esprimono la 1<sup>a</sup> legge di termodinamica. Ma anche su di ciò io avevo già richiamato l'attenzione del prof. Guglielmo nella mia Nota precedente, avvertendo che quella dipendenza era soltanto apparente.

Riprenderò in esame ordinatamente i varî punti della questione sollevata dal Guglielmo.

La dimostrazione data dal Poisson è inesatta; ciò fu già dimostrato. Veramente ho trovato un autore, il Von Lang, che nella sua opera, d'altronde pregevolissima, *Einleitung in die theoretische Physik*, § 301, riproduce la dimostrazione di Poisson senza avvertirne la inesattezza. Ma lo Jamin, per esempio, l'aveva dichiarato nettamente nel suo *Cours de Physique*, senza però spiegare dove sia l'errore, poichè un trattato come il suo non era la sede opportuna per una discussione di questo genere. È presumibile che tutti coloro che si sono occupati di termodinamica, e hanno letto il Poisson, abbiano rilevato l'errore.

Questo errore consiste essenzialmente nell'aver considerato le espressioni  $\frac{dq}{dp}$  e  $\frac{dq}{dv}$  come derivate parziali, mentre noi oggi sappiamo che non lo sono, e sappiamo ciò appunto perchè siamo venuti a conoscere il principio della equivalenza; e nei trattati di termodinamica si procura sempre di mettere in evidenza che, in forza di questo principio, quella quantità che si chiama la variazione di calore, il  $dq$ , non è un differenziale esatto.

Il Poisson non conosceva il principio dell'equivalenza; non poteva quindi introdurlo nelle sue equazioni e non ve l'ha introdotto, neppure senza saperlo, come vorrebbe il prof. Guglielmo; perchè il Poisson ha continuato, sino alla fine della sua dimostrazione, a considerare come derivate parziali di una medesima funzione  $q$  le due espressioni suddette. Dunque è avvenuto proprio il contrario di quanto ha supposto il Van der Waals e sostiene ora il Guglielmo.

Ma il Guglielmo, per giungere alla sua conclusione, ricorre ad un'altra considerazione; egli vuole che il Poisson abbia introdotto nel suo ragionamento i due calori specifici, quello a volume costante  $c_v$  e quello a pressione costante  $c_p$ , in modo da ottenere l'equazione

$$(1) \quad dq = c_v \frac{\partial T}{\partial p} dp + c_p \frac{\partial T}{\partial v} dv$$

che è (secondo il Guglielmo) una equazione esprime il primo principio di termodinamica.

Qui sta l'equivoco principale nella critica del prof. Guglielmo, equivoco che lo ha indotto naturalmente ad altre conclusioni inesatte.

Per spiegarmi, devo ricordare che egli, al principio della sua Nota, dopo aver scritto la prima legge sotto la forma

$$dq = du + pdv,$$

soggiunge che, per mezzo di trasformazioni diverse e con l'aiuto del 2° principio, questa equazione si può scrivere nei tre modi seguenti:

$$(2) \quad \left\{ \begin{array}{l} dq = c_v dT + T \frac{\partial p}{\partial T} dv \\ dq = c_p dT - T \frac{\partial v}{\partial T} dp \\ dq = c_p \frac{\partial T}{\partial v} dv + c_v \frac{\partial T}{\partial p} dp. \end{array} \right.$$

L'ultima di queste coincide con la (1) sopra ricordata.

Non so come il prof. Guglielmo non si sia accorto che, mentre le prime due equazioni sono veramente espressioni del 1° principio (e anche del 2°), la terza non ha nulla a che fare nè col 1° nè col 2°; ma si deduce dalle solite relazioni fra i coefficienti nelle espressioni di  $dq$ , con un artificio semplice di calcolo, che non vi introduce alcun nuovo concetto fisico. Basta scrivere le solite relazioni

$$dq = c_v dT + l dv, \quad dq = c_p dT + h dp;$$

sviluppando  $dT$ , si ha

$$dq = c_v \frac{\partial T}{\partial p} dp + \left( c_v \frac{\partial T}{\partial v} + l \right) dv$$

$$dq = c_p \frac{\partial T}{\partial v} dv + \left( c_p \frac{\partial T}{\partial p} + h \right) dp;$$

dovendo essere eguali i coefficienti di  $dv$  nelle due equazioni, la 1<sup>a</sup> si può scrivere

$$dq = c_v \frac{\partial T}{\partial p} dp + c_p \frac{\partial T}{\partial v} dv$$

identica alla (1) ed alla 3<sup>a</sup> delle (2); e la dimostrazione è sostanzialmente la stessa che il Guglielmo riproduce, attribuendola a Bertrand e Poincaré.

Questa dimostrazione diretta pare che dovrebbe bastare a persuadere che la formola così ottenuta non si potrà mai considerare come una espressione del primo principio. Ma per convincersi di ciò basta osservare la forma della equazione. In essa tanto  $dq$  quanto i calori specifici possono esprimersi con unità termiche qualsiasi, perchè non vi appare, nè esplicito nè sottinteso, l'equivalente meccanico del calore; l'equazione non esprime altro se non che una quantità di calore è eguale alla somma di due altre quantità di calore.

Perchè una equazione rappresenti il primo principio, bisogna che essa esprima l'equivalenza fra una quantità di calore e una quantità di lavoro per mezzo dell'equivalente meccanico, che può anche essere 1, con opportuna scelta delle unità di misura; ma l'equivalente ci deve essere, o esplicito o implicito, come si vede nelle prime due delle equazioni (2), dove, per rendere omogenei i termini, va sottinteso che i termini  $dq$ ,  $c_v dT$ ,  $c_p dT$  sono moltiplicati per l'equivalente meccanico, il cui valore numerico, nel caso speciale, è supposto 1.

Invece nella 3<sup>a</sup> delle (2) l'omogeneità esiste indipendentemente dall'essere l'equivalente meccanico costante o variabile.

Cadono perciò e la conclusione del prof. Guglielmo relativa alla dimostrazione del Poisson, al quale egli vorrebbe attribuire la scoperta inconsapevole del primo principio, e la obiezione alla mia dimostrazione, cioè alla dimostrazione da me ricordata della formola di Poisson, senza ricorrere alla legge dell'equivalenza. Infatti anche la relazione

$$dq = \frac{1}{R} (c_p p dv + c_v v dp),$$

che deriva dalla (1) nel caso dei gas, soltanto introducendovi la condizione  $pv = RT$ , è evidente che non può perciò diventare la espressione di una legge che nella (1) non è contenuta.

Il prof. Guglielmo fa poi diverse altre critiche al mio scritto. Mi insegna che  $dq$  non indica la variazione del calore del gas, perchè il calore comunicato in parte produce lavoro esterno. Ma se io mi accingevo a dimostrare che si giunge alla formola di Poisson senza presupporre alcuna nozione relativa al primo principio, come voleva che io cominciassi col tener conto di calore trasformato in lavoro esterno? Allora si sarebbe avuto ragione di



dire che il mio ragionamento era un circolo vizioso, una petizione di principio. Io dovevo mettermi nei panni, non di Poisson, che sarebbe troppa immodestia da parte mia, ma di un contemporaneo di Poisson e considerare la variazione di calore come la si considerava allora. Forse ho fatto male a non avvertirne subito il lettore, per non lasciargli credere che io nelle mie nozioni sulla termodinamica fossi rimasto all'epoca del Poisson, quando la termodinamica non esisteva.

Non giungo poi a comprendere ciò che il prof. Guglielmo scrive a pag. 122, dove vorrebbe dimostrare che io o dimostro ciò che voglio negare, o deduco una legge vera da una promessa falsa. Non vedo come quella equazione (8)

$$dq = c_v dt + l dv$$

possa dar luogo alla interpretazione che egli ne dà.

Qui potrei ricorrere all'autorità di tutti i trattati di termodinamica per appoggiare quanto affermo, che cioè quella equazione non si è mai scritta con l'intenzione di esprimere il principio dell'equivalenza. Che poi, applicando questo principio, si venga a scoprire che la quantità  $l$  si può esprimere in funzione di altri coefficienti fisici, è questo precisamente un vantaggio che ci procura la conoscenza di quella legge. Nel caso particolare dei gas si trova  $Jl = p$ ;  $J$  è l'equivalente meccanico. Per un corpo qualunque si trovano altre relazioni utili che permettono di determinare  $l$ . Se si ricorre al 2° principio, si ottiene  $Jl = T \frac{\partial p}{\partial T}$ .

Seguendo il modo di ragionare del prof. Guglielmo, si dovrebbe dire: nella equazione (8), o si ammette  $Jl = T \frac{\partial p}{\partial T}$ , e la (8) diventa identica alla equazione che esprime il 2° principio; o  $l$  è diverso, e allora la (8) è falsa. Si giungerebbe quindi alla conseguenza assurda che la (8) esprime non solo il 1° ma anche il 2° principio.

Il prof. Guglielmo sembra voler riassumere il suo concetto laddove dice che basta che una relazione contenga il rapporto dei calori specifici, *in funzione dei soliti dati*, per diventare una forma o una conseguenza del 1° principio; e così dice che ciò accade anche per la relazione  $pv = RT$  quando si tenga conto che  $R = c_p - c_v$ . Egli non si accorge, almeno così mi sembra, che il 1° principio è compreso unicamente in quest'ultima formola, la quale contiene, come fattore sottinteso, l'equivalente meccanico; e nessuno gli può negare che, se si prende una equazione e vi si introduce una condizione voluta da un determinato principio, essa finirà col contenere ciò che vi si è introdotto; ma così non si dimostra che quel principio vi era contenuto anche prima. Il concetto dell'autore poi non è neppure chiaro, perchè, laddove egli dice che quell'equazione diventa una *forma* del 1° principio (cosa diversa

dall'essere una *conseguenza*), bisogna riflettere che veramente si dovrebbe chiamare così una equazione che rappresenta il detto principio nel suo significato generale, altrimenti non è più quel principio, e non mi pare che lo si possa dire espresso da una formola dove entrano soltanto elementi relativi a un corpo, o ad una classe limitata di corpi.

In ogni modo tutte queste considerazioni del prof. Guglielmo non provano nulla di ciò che egli si era proposto di spiegare relativamente alla dimostrazione della formola di Poisson.

In conclusione, se il prof. Guglielmo ha voluto dire che la formola di Poisson, per esser vera, non deve essere in disaccordo col 1° principio di termodinamica, tutti gli daranno ragione. Potrei anzi soggiungere che una affermazione simile sarebbe affatto superflua, perchè si sa che tutte le formole esprimenti leggi fisiche, in qualunque ordine di fenomeni, devono andar di accordo col principio della conservazione dell'energia, almeno finchè non venga dimostrato che anche questo principio sia soltanto una legge-limite o, comunque, inesatto; spesse volte si ricorre al principio della conservazione allo scopo di controllare, per così dire, una legge fisica che si sia trovata o per via d'ipotesi o per via sperimentale.

Quando invece il prof. Guglielmo vuol sostenere che la formola di Poisson non si può dimostrare senza premettere il principio d'equivalenza, e che questo principio è rappresentato dalla equazione (1) (ciò che è una cosa ben diversa dal dire che la formola di Poisson deve andare d'accordo con quel principio), allora confesso che non posso essere del suo parere.

*Storia della geometria. — Note sulla storia della matematica in Italia* del Corrispondente GINO LORIA.

### I. — Pier della Francesca e Luca Pacioli.

Fra le opere a stampa di Luca Pacioli, (1445-1514 circa), una va n'ha su cui gli storici della matematica non si sono fino ad ora molto approfonditi e contro la cui legittimità furono da tempo sollevati molti giustificati dubbi: è quella dal titolo *Divina Proportione*.

Si tratta di una raccolta di problemi aventi per iscopo la ricerca del contenuto di poligoni piani e di poliedri, di aree contornate da linee rette e circolari e di volumi limitati da superficie piane e sferiche. Essa sembra modellata, piuttosto sopra gli scritti geometrici di Erone Alessandrino, che non sopra le opere apparse durante il periodo aureo della geometria greca; ivi però ha trovato posto la figura nascente dalla scambievole intersezione di due cilindri rotondi ad assi fra loro perpendicolari, la quale, certamente, è la

più complicata e notevole di quelle che s'incontrano nello scritto di Archimede, di recente scoperto in una biblioteca di Costantinopoli.

Che per comporre la *Divina Proportione* Luca Pacioli abbia attinto a larga mano nei lavori del celebre pittore Pier della Francesca, era stato affermato da G. Vasari ed E. Danti; nè valsero, a togliere la macchia che in conseguenza deturpava la sua memoria, le contrarie affermazioni indimostrate di due biografi più recenti del celebre frate, P. Cossali <sup>(1)</sup> e H. Staigmüller <sup>(2)</sup>.

L'accusa di plagio venne più di recente e con maggiore franchezza ripetuta da G. Pittarelli <sup>(3)</sup>, il quale ha segnalato ed analizzato un Codice vaticano-urbinato, dal titolo *De corporibus regularibus*, il quale presenta somiglianze così profonde con la *Divina Proportione* che questa può ben dirsi una versione di quello dal latino in italiano (se italiano può dirsi il gergo usato dal Pacioli e che è una miscela di tutti i dialetti parlati ai suoi tempi in Italia).

Ora un benemerito erudito, Gerolamo Mancini, ben noto come esimio cultore della storia delle arti mute, in una Memoria stampata, sotto gli auspicii di questa illustre Accademia <sup>(4)</sup>, ha testè dato in luce e commentato quel lavoro inedito di Pier della Francesca e così ha offerto a tutti i mezzi per riconoscere che il plagio a danno di questo sommo artista fu effettivamente commesso. Come conseguenza di ciò, a lui, che già aveva ottenuto un posto non ispregievole nella storia della prospettiva <sup>(5)</sup>, ne deve essere concesso uno non meno onorevole nella storia delle matematiche durante l'oscuro periodo in cui i germi della matematica greca, da secoli sopolti, si ridestarono a nuova vita per dare mirabili frutti.

Non sarò per fermo io che tenterò di far cassare o mitigare il severo giudizio pronunciato dal Mancini contro il famoso matematico di Borgo S. Sepolcro, giudizio il quale ha tutto l'aspetto di una sentenza in ultima istanza. Soltanto reputo doveroso notare come il misfatto da lui commesso appaia in certa misura attenuato quando si tenga conto dei sentimenti e delle abitudini diffusi fra coloro che vissero nei secoli XVI e XVII.

Infatti, il rispetto per la proprietà delle opere dell'ingegno sembra essere stato allora del tutto ignoto, onde ritenevasi lecito di impadronirsi dei

<sup>(1)</sup> *Elogio di fra Luca Pacioli* (in *Scritti inediti del P. D. Cossali, pubblicati da B. Boncompagni*, Roma 1857).

<sup>(2)</sup> *Lucas Paciolo, eine biographische Skizze* (Zeitschr. f. Math. u. Phys., Bd. XXXIV, 1889).

<sup>(3)</sup> *Intorno al libro « de Perspectiva pingendi » di Pier dei Franceschi* (Atti del Congresso intern. di scienze storiche, tom. XII, Roma 1904) e *Luca Pacioli usurpò per sè qualche libro di Pietro de' Franceschi?* (Atti del IV Congresso dei matematici, tom. III, Roma 1909).

<sup>(4)</sup> *L'opera « De corporibus regularibus » di Pietro Franceschi, detto Della Francesca, usurpata da fra Luca Pacioli* (Classe di scienze morali, ser. III, vol. XIV).

<sup>(5)</sup> C. Winterberg, *Petrus Pictor Burgensis, de perspectiva pingendi* (Strassburg, 1899).



lavori inediti dei predecessori defunti, senza mai sentirsi assaliti dal dubbio o tormentati dal rimorso di commettere azione meno che onesta.

Così nel 1543 Nicolò Tartaglia pubblicava come propria fatica la traduzione latina dell'opuscolo archimedeo *De insidientibus aquae* eseguita nel 1269 da Guglielmo di Moerbeke; ed i posteri si mostrarono generalmente propensi ad assolverlo dalla colpa nella quale egli era così incorso, considerando che grande era la benemerenza da lui acquistata col porre in circolazione idee e metodi importanti e pure dimenticati.

Così, circa nella stessa epoca, G. B. Villapand, gesuita spagnuolo, e Bernardino Baldi, abate di Guastalla, non sdegnavano abbassarsi sino al livello di un uomo senza scrupoli qual era Gerolamo Cardano, emulandolo nel saccheggiare i manoscritti di Leonardo da Vinci <sup>(1)</sup>, quasi fiduciosi nel perdono che avrebbero loro concesso gli studiosi, nella letizia di essere venuti a conoscere verità fondamentali sepolte in documenti generalmente inaccessibili.

E siffatto mal vezzo continuò anche durante il secolo seguente; giacchè — lo afferma un giudice non sospetto <sup>(2)</sup> — « Roberval citava soltanto gli autori ai quali nulla doveva <sup>(3)</sup>; e se Descartes nel suo carteggio fece menzione di qualche geometra, era spessissimo per intavolare con lui una discussione che ben presto assumeva il tono di un litigio o per pronunciare contro di lui un giudizio secco ed altezzoso » <sup>(4)</sup>.

A tali deplorevoli fatti, altri congeneri potranno aggiungersi, eventualmente ricorrendo alla storia di altre discipline (naturalmente dopo di essersi accertati con ogni cautela che non si tratta di coincidenze fortuite o di involontarie dimenticanze). Di essi deve tenere il massimo conto tanto chi si compiace di seguire attraverso i secoli le fasi della morale, quanto chi vuole pronunciare un sereno giudizio intorno alla gravità delle colpe degli scienziati che vengono citati dinanzi al tribunale della storia, sotto l'imputazione di appropriazione indebita.

## II. — T. Ceva e G. Grandi nella preistoria della Geometria descrittiva.

M. Chasles affermò, nel suo celebre *Aperçu historique*, che l'applicazione dell'algebra alla teoria delle curve è una dottrina « dont aucune germe

<sup>(1)</sup> Cfr. P. Duhem, *Études sur Léonard de Vinci*, I sér. (Paris 1906), pp. 83 e 101.

<sup>(2)</sup> P. Duhem, loc. cit., pag. 142.

<sup>(3)</sup> Ad es., nel suo *Traité des indivisibles*, si cerca indarno il nome di B. Cavalieri, di cui egli certamente conosceva la *Geometria indivisibilibus*.

<sup>(4)</sup> A tale sistema il grande filosofo si attenne anche nelle sue opere a stampa. Così, quando nel 1637, nel III libro della sua *Géometrie*, parlò della molteplicità delle radici delle equazioni algebriche, non fece che ripetere o svolgere un concetto esposto chiaramente otto anni prima da A. Girard in un'opera pubblicata ad Amsterdam e che non può essere sfuggito a lui che allora viveva in Olanda.

ne s'est trouvé dans les écrits des géomètres anciens, et le seule peut-être dont on puisse dire, comme Montesquieu de son *Esprit des lois*. PROLEM SINE MATRE CREATAM \* (1). Ora, quantunque la storia della geometria analitica presenti tuttora molte e profonde lacune che sarebbe importante ed urgente colmare (2), pure si è in grado, sino da oggi, di affermare che quelle parole del grande storico della geometria dovrebbero venire senz'altro cancellate in una nuova edizione riveduta e corretta dell'*Aperçu historique*; chè la geometria alle coordinate, quale si trova nelle opere di Descartes (o, meglio ancora, negli scritti coevi di Fermat), non è un trovatello d'ignota provenienza, ma un individuo appartenente ad una gloriosa famiglia, non ancora spenta, le cui origini risalgono almeno ad Apollonio Pergeo. È questo uno dei più cospicui risultati che diedero i rigorosi procedimenti, caratteristici del metodo storico, quando vennero applicati ad investigare l'evoluzione del pensiero matematico.

Ora lo stesso metodo ha permesso, non soltanto di sfatare la leggenda che la Geometria descrittiva sia opera totalmente originale di Monge; non soltanto di farne risalire le scaturigini all'antichità più remota (3), ma anche di seguirla nelle principali (se non ancora in tutte) sue fasi di sviluppo.

Tali fasi vennero *generalmente* determinate (o tuttalmeno influenzate) dai bisogni delle arti del disegno o dalla scienza delle costruzioni, *generalmente ma non sempre*, chè, specialmente in Italia, alcuni procedimenti, che oggi si riguardano per caratteristici del metodo della doppia proiezione ortogonale, furono ideati svolti ed applicati in quanto potevano riuscire in qualche modo giovevoli al progresso della pura geometria.

Ed infatti, un secolo prima che Monge iniziasse la sua memorabile opera di riforma, il modenese Camillo Guarino Guarini (1624-1683), in un monumentale trattato (4) — la cui natura prevalentemente teorica risulta dall'essere presentato quasi come una metamorfosi degli *Elementi* di Euclide — introdusse due sostanziosi capitoli (o *trattati*, per servirsi della nomenclatura da lui adottata), dedicati uno (il XXVI) alle proiezioni ortogonali e stereografiche, l'altro (il XXXII: *De superficies corporibus in plani redigendi*) allo sviluppo di certe superficie su di un piano (5).

(1) *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie*, II éd. conforme à la I (Paris 1875), pag. 94.

(2) Cfr. la mia comunicazione *Pour une histoire de la géometrie analytique* (Verhandl. des dritten internationalen Mathematiker-Kongresses in Heidelberg, Leipzig 1905, pp. 562-74), riassunta da H. Bosmans, con intendimento di approvazione, nel fascicolo di dicembre 1915 della nota rivista belga *Mathésis*.

(3) Cfr. la comunicazione da me fatta a questa illustre Accademia il 15 giugno 1915: *Presentando due volumi di « Vorlesungen über darstellenden Geometrie »*.

(4) *Euclides adauctus et methodicus mathematicae universalis* (Aug. Taurin, 1671).

(5) Quantunque sia estraneo allo scopo nostro l'addentrarci in un'analisi di questo trattato, pure non possiamo esimerci dal notare che sembra essere sfuggita al Guarini

Ora appunto da siffatte considerazioni venne probabilmente ispirato l'egregio geometra Tommaso Ceva (1648-1737) nell'applicare lo sviluppo delle superficie coniche e cilindriche (supposte sempre *circolari rette*) alla definizione, alla costruzione ed allo studio di nuove curve sghembe, tutte situate sopra coni rotondi ed ulteriormente determinate o dalle loro proiezioni ortogonali sul piano della base (*iconografie*), oppure dalle linee in cui si trasformano per effetto dello sviluppo della superficie alla quale appartengono.

La prima di tali curve ha per proiezione una spirale d'Archimede col polo nel centro della base; è dunque quella che oggi viene spesso, benchè poco propriamente, chiamata *elica conica* <sup>(1)</sup>. Il Ceva non fu il primo a considerarla, chè nella prop. 29 del IV libro della *Collezione matematica* di Pappo Alessandrino <sup>(2)</sup> se ne incontra una definizione (come intersezione di superficie) che soltanto nella forma differisce da quella prescelta dal geometra italiano. Inoltre, di essa fece uso (sia pure senza esprimersi con la desiderabile precisione) il commentatore Proclo nelle sue chiose alla IV definizione del I libro degli *Elementi* di Euclide, il che fa ritenere che la linea in questione avesse raggiunto presso i Greci una considerevole celebrità. La stessa curva si trova investigata, dal punto di vista della geometria di misura, nella

la proprietà che caratterizza le superficie sviluppabili: quella, cioè, di non dar luogo a rotture od a sovrapposizioni quando esse vengano svolte su di un piano; in conseguenza, dopo le superficie coniche e cilindriche, egli ritenne lecito sviluppare le sfere, le conoidi e le sferoidi (intesi questi vocaboli nel senso archimedeo).

<sup>(1)</sup> Dico « poco propriamente » perchè essa non gode della proprietà caratteristica delle eliche (costanza del rapporto della curvatura alla torsione).

Se il cono considerato ha la base nel piano  $xy$ , per altezza  $l$  e apertura  $2\alpha$ , esso potrà rappresentarsi con la equazione

$$(1) \quad (x^2 + y^2) \cot^2 \alpha - (z - l)^2 = 0,$$

ossia mediante le tre seguenti:

$$(2) \quad x = \rho \cos \omega, \quad y = \rho \sin \omega, \quad z = l - \rho \cot \alpha;$$

se, quindi, si consideri su di esso la curva la cui proiezione sul piano  $xy$  ha per equazione

$$\rho = a \cos \omega,$$

la curva obbiettiva (*elica conica*) avrà la seguente rappresentazione parametrica:

$$(3) \quad x = a \cos \omega, \quad y = a \sin \omega, \quad z = l - a \cot \alpha.$$

Dopo lo sviluppo essa si presenta come una nuova spirale d'Archimede; ciò è conseguenza del fatto che fra le coordinate polari  $\rho, \omega$  di un punto dell'*iconografia* e quelle  $\rho', \omega'$  del punto corrispondente dello sviluppo passano le relazioni

$$(4) \quad \omega' = \omega \sin \alpha, \quad \rho' = \frac{\rho}{\sin \alpha}.$$

<sup>(2)</sup> Pappo, ed. Hultsch (Berlin 1876, pag. 262).



memoria di B. Pascal intitolata *Dimension d'un solide formé par le moyen d'une spirale autour d'un cone*, pubblicata nel 1658 in una *Lettre de A. Dettonville* <sup>(1)</sup> à Monsieur de Sluze <sup>(2)</sup>.

Siccome l'autore delle *Pensées* non fa cenno dei suoi predecessori e siccome, d'altronde egli non disponeva di vasta cultura nella letteratura matematica dei Greci, così è presumibile che egli sia giunto da solo a concepire quella curva. Se altrettanto possa dirsi di Tommaso Ceva, ci sembra per lo meno assai dubbio, giacchè nella lettera che egli scrisse il 17 luglio 1701 a Guido Grandi (1671-1742) per informarlo degli studi di cui attualmente ci interessiamo <sup>(3)</sup>, si trova citata una proposizione di Pappo (la 21 del IV libro della *Collezione*) che di poco precede quella che insegna la definizione della spirale conica.

Di tale curva il Ceva enunciò una proprietà concernente il rapporto che passa fra l'area descritta durante un certo intervallo dal raggio vettore della spirale d'Archimede iconografia della spirale conica e l'area corrispondente del cono. Egli fa poi cenno della possibilità di individuare una curva del dato cono mediante la curva in cui essa si muta per effetto dell'operazione di sviluppo del cono stesso; come esempio segnala il caso in cui l'intero cono diviene, dopo lo sviluppo, un quadrante circolare e la curva la semicirconferenza descritta su uno dei raggi estremi; il che porge a lui l'occasione di enunciare il problema che consiste nella ricerca di ciò che diviene una curva del cono quando si svolga su di un piano, non quel cono, ma il cilindro che la proietta sulla base.

La novità ed importanza di siffatte considerazioni spinsero il Grandi (per sua natura sempre pronto e disposto a munire di solide dimostrazioni le verità da altri scoperte) a colmare le lacune lasciate dal suo illustre corrispondente. A tale scopo <sup>(4)</sup> egli si è proposto il seguente

**PROBLEMA GENERALE.** *Costruire per punti la curva in cui si trasforma una linea tracciata sopra un cono circolare retto, quando questo venga svolto su di un piano, nell'ipotesi che di quella curva si conosca l'iconografia.*

<sup>(1)</sup> Pseudonimo di Pascal.

<sup>(2)</sup> Questa lettera conseguì allora scarsa diffusione fuori della Francia; si può anzi ritenere che il mondo matematico ne abbia avuto notizia soltanto nel 1779, quando, per cura di C. Bossut, venne inserita nel tom. V delle *Oeuvres de B. Pascal* pubblicate a La Haye.

<sup>(3)</sup> Questa lettera fu per la prima volta pubblicata, insieme con la relativa risposta, in appendice alla *Geometrica demonstratio theorematum Hugonianorum circa logisticam, seu logarithmicam lineam* del Grandi (Florentiae, MDCCI); venne poi riprodotta nel tom. I di Ch. Hugenii *Opera reliqua* (Amstelodami, MDCCXXVIII) e così ottenne estesissima notorietà.

<sup>(4)</sup> Cfr. le pubblicazioni citate nella nota precedente.

E lo ha risoluto con un procedimento assai semplice, di cui è agevole ravvisare l'identità sostanziale con quello oggi in uso <sup>(1)</sup>. Nè al Grandi è sfuggito che la costruzione esposta, eseguita in ordine inverso, abilita a costruire per punti l'iconografia di una curva appartenente al dato cono quando se ne conosca lo sviluppo; onde a lui si debbono le prime soluzioni dei due problemi fondamentali che presenta lo sviluppo di un piano di un cono circolare retto.

Il Grandi, che maneggiava con non comune maestria i procedimenti di geometria infinitesimale sintetica in uso nel periodo che immediatamente precede l'invenzione del calcolo differenziale, ha ricamato altri eleganti sviluppi sopra il canevascio fornito dal Ceva; su di essi non è il caso di insistere nella presente occasione. Tuttavia crediamo opportuno rilevare che nella chiusa del suo scritto il Grandi tenne parola della curva che sta sopra un cono circolare retto ed ha per iconografia una *spirale logaritmica* [linea questa che egli, al pari di E. Torricelli <sup>(2)</sup>, chiama *spirale geometrica* <sup>(3)</sup>]; ora tale linea ha assunto ai tempi nostri una notevole importanza e s'incontra in molti lavori moderni sotto il nome, scelto da P. Serret, di *elica cilindro-conica* <sup>(4)</sup>; onde l'averla per primo considerata accresce di una le molte benemeritenze che di fronte alla geometria possiede Guido Grandi <sup>(5)</sup>.

<sup>(1)</sup> Si paragoni, infatti, la figura che si trova a pag. 190 del succitato volume del Grandi, con la fig. 54 del mio manuale *Poliedri curve e superficie secondo i metodi della geometria descrittiva* (Milano, 1912).

<sup>(2)</sup> Cfr. la comunicazione da me fatta a questa Accademia il 5 dicembre 1897 sopra *Evangelista Torricelli e la prima rettificazione di una curva*.

<sup>(3)</sup> Di tale curva il Grandi parla nella succitata *Geometrica demonstratio* ecc. (pp. 10-11 e 53) come linea analoga, in coordinate polari, alla logistica, di cui Huygens aveva rivelato l'importanza; egli ricorda come proprio unico predecessore Descartes, il quale ne fece menzione in una lettera diretta al Mersenne il 12 settembre 1638 (e pubblicata per le stampe nel 1667); che altrettanto abbia fatto il Torricelli in parecchie lettere, la più antica delle quali sembra essere quella diretta a Michelangelo Ricci il 17 marzo 1646, sembra sia sfuggito al Grandi.

<sup>(4)</sup> Mantenendo il sistema di rappresentazione analitica adottato in una nota precedente, come equazioni di tale curva si possono assumere le seguenti:

$$x = ae^{\lambda\omega} \cos \omega, \quad y = ae^{\lambda\omega} \sin \omega, \quad z = l - a \cot \alpha e^{\lambda\omega};$$

essa, a sviluppo compiuto del cono, si presenta sotto l'aspetto di una nuova spirale logaritmica.

<sup>(5)</sup> Tali benemeritenze vennero un po' esagerate da Frieda Nügel nella sua *Inaugural-Dissertation* dal titolo *Die Schraubenlinien: eine monographische Darstellung* (Halle a. S., 1912), chè il Grandi si è limitato a definire l'elica cilindro-conica; in particolare non fece nemmeno un cenno della sua proprietà di tagliare sotto angolo costante le generatrici tanto del cono quanto del cilindro a cui appartiene. Altrettanto infondata è la critica che l'autrice rivolge a M. Chasles di avere scambiato l'elica cilindro-conica con la elica conica, chè gli è proprio di questa che il Grandi, seguendo le orme di Tommaso Ceva, si è di proposito occupato, dell'altra non avendo che esposta la definizione.

Geologia e paleontologia. — *Cenni sulle faune sopracretaciche a rudiste del Monte Gargano.* Nota del Socio C. F. PARONA.

In lavori precedenti ebbi occasione di segnalare la presenza, nel Cretacico garganico, di qualche interessante rudista, e di darne descrizioni e figure <sup>(1)</sup>. L'esame di una serie di fossili, gentilmente comunicatami dal collega prof. G. Checchia-Rispoli, mi offrì poi l'opportunità di riprendere in studio altri fossili cretacici provenienti pure dal Gargano e che, come quelli suaccennati, fanno parte della « collezione Costa » del R. Museo geologico di Napoli, da tempo affidatami dall'amico prof. Francesco Bassani. I risultati ottenuti con queste ultime ricerche portano nuovi dati sui caratteri paleontologici del Cretacico dell'Italia meridionale, che ritengo utile di riassumere in questa breve Nota, come contributo alla « geologia del Gargano », che sarà prossimamente illustrata dal prof. Checchia-Rispoli. I più notevoli fra i fossili qui citati, saranno in altra occasione descritti e figurati.

La serie cenomaniana-turoniana, per quanto mi risulta dai fossili in esame, è rappresentata da due *facies* litologicamente distinte.

Pochi campioni, della collezione Costa, sono di calcare bianco semicristallino, quasi breccia di rottami di fossili, che corrisponde perfettamente al noto calcare dei Monti d'Ocre. Vi riscontrai:

*Toucasia Steinmanni* Schnarr.

*Monopleura forojuliensis* Pir.

*Caprotina* sp.

*Nerita aprutina* Par.

*Schiosia schiosensis* Boehm

*Trochus sabinus* Par.

Sono forme della fauna cenomaniana dei banchi a *Toucasia Steinmanni* dei Monti d'Ocre; e la presenza della *Monopleura forojuliensis* e della *Schiosia schiosensis* lascia ritenere ch'esse provengono da un livello prossimo o di passaggio al Turoniano. La *Schiosia schiosensis* è altra rudista che viene ad aggiungersi a quelle già note, comuni al Sopracretacico dell'Appennino e delle Prealpi venete orientali: *Monopleura forojuliensis*, *Schiosia forojuliensis* Boehm, *Caprina schiosensis* Boehm; queste due ultime recentemente da me riconosciute fra i fossili raccolti ai Monti di Ocre in occasione della gita fattavi dalla Società geologica italiana durante la riunione in Aquila <sup>(2)</sup>.

<sup>(1)</sup> C. F. Parona, *Nuovi studii sulle rudiste dell'Appennino* (radiolitidi) in Mem. R. Accad. Torino, LXII, 1911; *Fossili neocretacei della Conca Anticolana*, Boll. R. Com. geol., XLII, 1912.

<sup>(2)</sup> C. Crema, *Escursione al Monte d'Ocre*, Boll. soc. geol. it., XXXII, 1914, pag. CCXIII.



L'altra *facies* si presenta con calcare bianco-selcioso, spugnoso per decalcificazione, inquinato da « terra rossa », ricco di orbitoline e con molluschi e corallari silicizzati. Eccone l'elenco:

- |  |   |
|--|---|
| * <i>Nerinea Stoppanii</i> Gemm.             | <i>Terebratula</i> sp. [gr. della <i>T. bipl-</i> |
| <i>Nerinea</i> cfr. <i>erycina</i> Gemm.     | <i>cata</i> (Br.) ].                              |
| <i>Eulima requieniana</i> d'Orb.             | <i>Rhynchonella Grasiana</i> d'Orb.?              |
| <i>Pleurotomaria</i> sp.                     | <i>Leptophyllia conica</i> d'Orb.                 |
| <i>Plagioptychus Aguilloni</i> (d'Orb.).     | <i>Aspidiscus Franchii</i> Par.                   |
| * <i>Caprotina Roemeri</i> Gemm.             | * <i>Orbitolina anomala</i> Prev.                 |
| * <i>Sphaerucaprina Woodwardi</i> Gemm.      | * <i>Orbitolina</i> cfr. <i>discoidea</i> Gras    |
| * <i>Monopleura forojuliensis</i> Pir.       | * <i>Orbitolina bulgarica</i> Desh.               |
| <i>Himeraelites Douvillei</i> Di Stef.       | * <i>Orbitolina Paronai</i> Prev.                 |
| <i>Ichthyosarcolithes caput-aequi</i> Gemm.? | * <i>Orbitolina Boehmi</i> Prev.                  |
| <i>Ichthyosarcolithes bicarinatus</i> Gemm.  | * <i>Orbitolina ovulum</i> Prev.                  |
| * <i>Praeradiolites Pironai</i> Par.         | <i>Orbitolina mamillata</i> d'Arch.               |
| * <i>Radiolites radiosus</i> d'Orb.          | <i>Orbitolina plana</i> d'Arch.                   |
| <i>Jouffa reticulata</i> Boehm.              | * <i>Orbitolina</i> cfr. <i>concava</i> Lmk.      |
| <i>Spondylus</i> n. f.                       | * <i>Orbitolina conoidea</i> Gras.                |
| <i>Alectryonia carinata</i> Lamarek.         |   |

Devesi tosto notare in questo elenco l'associazione di forme cenomaniene, turoniane e senoniane. Non potendosi ritenere originaria questa promiscuità di forme, bisogna ammettere che Cenomaniano, Turoniano e Senoniano si succedano conservando immutati i caratteri litologici. Con ulteriori ed accurate ricerche sui posti si potrà precisare il livello di passaggio fra queste zone, la loro relativa potenza ed i rapporti stratigrafici di successione.

Rappresentano il Cenomaniano: *Caprotina Roemeri*, *Monopleura forojuliensis*, *Himeraelites Douvillei*, *Ichthyos. bicarinatus*, *Praeradiolites Pironai*, *Alectryonia carinata*, *Aspidiscus Franchii*. Sono attribuite al Turoniano: *Plagioptychus Aguilloni*, *Sphaerucaprina Woodwardi*, *Radiolites radiosus*, *Eulima requieniana*, *Leptophyllia conica*, che si aggiungono alle altre forme turoniane già note per il M. Gargano; *Eoradiolites* cfr. *liratus* (Conr.), *Eorad. colubrinus* Par., *Sauvagesia garganica* Par., *Durania cornu-pastoris* (Des M.).

La *Monopleura forojuliensis*, per quanto ci risulta, è un fossile che passa dal Cenomaniano al Turoniano, e probabilmente non è il solo fra quelli

(\*) Sono segnate con asterisco le forme della collezione Checchia-Rispoli. La *Sph. Woodwardi* è ben rappresentata anche nella collezione Costa. Rispetto al giacimento di questi fossili vedasi la Nota del dott. Checchia-Rispoli, *Osservazioni geologiche nei dintorni di Vico*, in questo stesso fasc. dei Rendiconti dell'Accademia.

suindicati. È notevole la presenza di *Sphaerucapra Woodwardi*, *Ichthyosarc. caput-aequi*, *Ichthyos. bivarinatus*, *Nerinea ergicina*, ora per la prima volta riscontrate nell'Appennino: esse, mentre confermano le corrispondenze paleontologiche del Sopracretaceo appennino con quello siciliano, dimostrano che queste corrispondenze si ripetono per le successive zone oltre il Cenomaniano. E qui noto, giacchè mi si presenta l'opportunità, che la *Sphaeruc. Woodwardi* fu raccolta dall'ing. C. Crema anche a Castel S. Angelo presso Antrodoco (Abruzzo).

Così merita d'essere rilevata la presenza, nel Gargano, della *Joufia reticulata*, radiolitide del Sopracretacico friulano, pure da me riconosciuta fra i fossili trovati dallo stesso ing. Crema presso Fiamignano (Abruzzo). Il livello stratigrafico cui appartiene la *Joufia* non è finora fissato in modo preciso: Boehm e Sneathlage l'attribuiscono a strati del Cenomaniano superiore o del Turoniano inferiore, e più recentemente Klinghardt<sup>(1)</sup> affermò che i calcari con *Joufia* sono senoniani: ma questa affermazione è da accogliersi con riserva, in quanto che, se la lista di rudiste e di altri fossili data dal Klinghardt risulta in prevalenza di forme senoniane, e fra queste anche quelle del gen. *Sabinia* da me descritte per la « pietra di Subiaco » (altra corrispondenza paleontologica fra il Cretacico prealpino e appenninico degna di menzione), contiene d'altra parte forme cenomaniane e turoniane, e persino la *Caprotina trilobata* d'Orb. dell'Urgoniano.

È pure interessante di notare il rinvenimento del genere *Aspidiscus* rappresentato dall'*Asp. Franchii*: questo fossile, insieme coll'*Ichthyos. bivarinatus* ed altre forme, attesta i rapporti già da me rilevati fra il Cretacico dell'Italia meridionale e quello del Gebel tripolitano (Homs)<sup>(2)</sup>.

Il complesso delle orbitoline corrisponde strettamente alla fauna orbitolinica dei Monti di Ocre. Sono d'accordo col prof. P. L. Prever, al quale devo le determinazioni specifiche, nel rilevare che prevalgono assolutamente per numero di individui le orbitoline *anomala*, *Paronai*, *Bohemi*, *ovulum*. Sono forme in pieno sviluppo, e qualcuna di esse passa nel Turoniano; le altre, rare e piccole, si direbbero rappresentanti regressivi di forme più antiche, prossime alla scomparsa definitiva.

A proposito di orbitoline, ricordo che H. Douvillé, nel suo studio sul gen. *Sphaerucaprina*<sup>(3)</sup> ed in particolare sulla *Sphaer. Woodwardi* di Sicilia, ebbe a notare nella roccia, che comprende gli esemplari siciliani di questa forma, numerosi individui di una orbitolina conica che gli sembrò impossibile di distinguere dalla *Orb. conica* d'Arch. del Cenomaniano inferiore

(<sup>1</sup>) F. Klinghardt, *Vorläufige Mitteilung über eine Kreidefauna aus Friaul*, in Centralblatt f. Min. ecc. 1912 (10).

(<sup>2</sup>) C. F. Parona, *Per la geologia della Tripolitania* (Atti R. Acc. Torino, tom. L, 1914).

(<sup>3</sup>) H. Douvillé, *Études sur les rudistes: rudistes de Sicile, d'Algérie, d'Égypte, du Liban et de la Perse* (Mém. de la Soc. géol. de France: Paléont., XVIII, 1910, pag. 33).

di Fouras. Trovò quindi impossibile di far rimontare gli strati a *Sphaerucaprina* nel Turoniano; egli li farebbe discendere piuttosto nel Cenomaniano inferiore, insieme cogli strati a *Caprotina*; mentre gli strati a *Polyconites*, più bassi, si disporrebbero affatto naturalmente nell'Albiano.

Non conosco le orbitoline che a Termini Imerese accompagnano la *Sphaer. Woodwardi*; e non posso contestare la corrispondenza loro con la *Orb. conica* rilevata con tanta autorità dal Douvillé. Ma è ormai fuor di dubbio che la fauna orbitolinica sia sopravvissuta al Cenomaniano e faccia parte della fauna turoniana, com'ebbi occasione di sostenere in altri lavori e com'è confermato ora dal fatto che al Gargano le orbitoline stanno e nel calcare con fossili cenomaniani e in quello con fossili turoniani. D'altra parte è da osservare che nella lista suesposta dei fossili silicizzati ho citato pure la *Nerinea Stoppanii* e la *Caprina communis* (ricordata, questa, anche dal Douvillé) ritenute spettanti agli strati con *Sphaerucaprina* prima che il Di Stefano <sup>(1)</sup> verificasse che esse accompagnano nel Cretacico siciliano *Hippurites Oppelii* Douv., *Schiosia* sp., *Pecten quadricostatus* d'Orb., *Actaeonella crassa* d'Orb., *Act. laevis* d'Orb. negli strati con orbitoidi e sideroliti di età senoniana.

Il Senoniano nel promontorio del Gargano è già paleontologicamente noto, come ricorda il Checchia-Rispoli <sup>(2)</sup>, ed è anche caratterizzato da rudiste, *Hippurites cornu-copiae* Defr., *Durania austinensis* (Roem.), *Dur. apula* Par., oltre che dal *Mortoniceras Michelii* (Savi) Fucini. Ma ora posso dare notizia di altri fossili dello stesso piano. La « collezione Costa » comprende un certo numero di buoni esemplari della *Actaeonella crassa* d'Orb. e di *Actaeonina* n. f. compresi in un calcare bianco travertinoide. Ho poi osservato che qualcuna delle rudiste silicizzate, suaccennate, erano parzialmente incrostate o riempite da sabbia quarzosa gialla, diversa quindi dalla roccia propria dei fossili. Questo materiale, evidentemente rimestato, contiene foraminiferi abbastanza numerosi, riferibili ai generi *Orbitoides*, *Siderolites*, *Alveolina*; ed il dott. Prever ha riconosciuto *Orb. apiculata* Schlumb., *Orb. minor* Schlumb., *Orb. gensacica* Leym., *Siderolites Van den Broeki* Osimo, *Sid. Vidali* Douv.

Bastano questi cenni a dimostrare che la serie sopracretacica del Monte Gargano non è meno interessante, sotto il punto di vista paleontologico, degli altri piani geologici che concorrono a costituire questo promontorio; e si può ritenere che il M. Gargano acquisterà importanza sempre più notevole per la conoscenza e storia del Sopracretacico quando si avranno informazioni più particolareggiate sullo sviluppo ch'esso vi assume e più precise sui caratteri dei successivi suoi orizzonti, sui rapporti stratigrafici e di fauna dei medesimi, nonché sulla ubicazione dei giacimenti fossiliferi.

(1) G. Di Stefano, *I calc. cretac. con orbitoidi dei dintorni di Termini Imerese e di Bagheria* (Palermo), Giorn. Sc. nat. ed econ., XXVII, 1907.

(2) G. Checchia-Rispoli, *Bibliogr. geol. e paleont. della Cupitanata*, Palermo 1914.



Fisiologia. — *Nuove ricerche sui muscoli striati e lisci di animali omeotermi*<sup>(1)</sup>. Nota VIII: *Azione dei gas della respirazione sul preparato frenico-diaframmatico* (parte 1<sup>a</sup>), del Corrispondente FILIPPO BOTTAZZI.

I.

Introduzione e notizie storiche sull'argomento.

L'importanza delle ricerche risguardanti l'influenza che sulla funzione muscolare esercitano, da una parte la sottrazione dell'ossigeno, e dall'altra la presenza in eccesso dell'acido carbonico, consiste in ciò: che esse possono gettar nuova luce sulla capacità dei muscoli di contrarsi in un ambiente povero o privo di ossigeno, e sull'azione di uno dei prodotti del metabolismo muscolare qual'è appunto l'acido carbonico. Queste ricerche vanno riprese con tanto maggior lena, ora che si vengono formulando nuove ipotesi<sup>(2)</sup> circa il meccanismo della contrazione muscolare e le relazioni che con le varie fasi di questa presentano i gas della respirazione.

Le presenti ricerche sono state fatte sul preparato frenico-diaframmatico<sup>(3)</sup> immerso continuamente in liquido di Ringer a temperatura costante, ovvero immerso per certi periodi della sopravvivenza e per altri sospeso nell'aria umida della camera-termostato<sup>(4)</sup>, o finalmente immerso solo per una parte variabile della sua lunghezza. Per la camera facevo poi passare a volontà i vari gas: ossigeno, azoto e acido carbonico, dopo che avevano attraversato bocce di lavatura tenute in bagno-maria a temperatura costante eguale a quella della camera-termostato.

Spesso, l'esperimento era fatto simultaneamente su due preparati dello stesso animale, tenuti nella medesima camera-termostato, e i loro movimenti erano registrati sopra un unico cilindro affumato rotante a piccola velocità.

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di fisiologia sperimentale della R. Università di Napoli.

(2) Vedi il mio articolo: *L'attività muscolare*, in « Scientia », pag. 101 (1916).

(3) Ved. Fil. Bottazzi, *Memorie della R. Accad. dei Lincei* (5), vol. X, fasc. 13, pag. 26 (1914).

(4) Ibidem, pag. 35 e figg. 2-4.

mediante due leve sovrapposte, o sopra due cilindri distinti. Mediante un interruttore automatico rotativo, di cui potevo variare a volontà la velocità di rotazione, stimolavo ritmicamente, con scosse d'apertura di corrente indotta di frequenza variabile, l'unico preparato, o i due preparati simultaneamente o alternativamente. Più volte, esposti due preparati dello stesso animale alle identiche condizioni, stimolai uno solo di essi, mentre l'altro rimaneva a riposo per tutta la durata dell'esperimento, saggiandone solamente l'eccitabilità in principio, e poi a intervalli variabili, mediante uno o due stimoli.

Si può ritenere che il preparato si trova in un ambiente povero di ossigeno quando per il liquido di Ringer, in cui esso è sospeso, non si fa gorgogliare nessun gas, perchè in tali condizioni una piccola quantità di ossigeno può essere assorbita dall'atmosfera. Naturalmente, il liquido non essendo attraversato da alcun gas, l'acido carbonico, che il preparato produce durante la sua attività, in parte vi si accumula.

Per contro, quando si fa gorgogliare ossigeno in grande quantità, il preparato si trova in un ambiente ricchissimo di questo gas, ma poverissimo di acido carbonico, che ne è scacciato dalla corrente dell'altro gas.

Facendo gorgogliare azoto, tanto l'ossigeno quanto l'acido carbonico sono eliminati dal liquido di Ringer; e siccome tutta l'aria della camera viene a essere sostituita dall'azoto, il preparato non può giovare nemmeno della piccola quantità di ossigeno che altrimenti avrebbe potuto assorbire dalla atmosfera.

L'acido carbonico, finalmente, a volte l'ho fatto gorgogliare solo e per un tempo considerevole, in guisa da eliminare tutto l'ossigeno; a volte l'ho aggiunto, in quantità variabile, all'ossigeno o all'azoto continuamente gorgoglianti per il liquido di Ringer.

In realtà, la sola condizione sperimentale meno dissimile dalla normale sarebbe quella in cui nell'ambiente che circonda il preparato fossero costantemente mantenute una tensione parziale dell'ossigeno e una dell'acido carbonico identiche a quelle che i detti gas hanno nel sangue circolante per i muscoli. Tale condizione è difficile a realizzare in pratica, onde si considera come normale quella in cui per il liquido di Ringer vien fatto gorgogliare moderatamente il solo ossigeno. Tuttavia, non sarà superfluo rammentare che in tal caso la tensione parziale dell'acido carbonico nel liquido, e quindi nel tessuto, ordinariamente è minore di quella che il gas presenta nel sangue circolante.

\* \* \*

I primi a dimostrare che varî animali pecilotermi e tessuti, particolarmente i muscoli, possono vivere lungamente in un'atmosfera priva di

ossigeno, furono L. Spallanzani <sup>(1)</sup>, L. Hermann <sup>(2)</sup>, C. Ludwig <sup>(3)</sup> e Pflüger <sup>(4)</sup>. In seguito, Loeb <sup>(5)</sup> osservò che il cuore dell'embrione di *Fundulus* continua a contrarsi per non meno di 12 ore in assenza di ossigeno; e Broca e Richet <sup>(6)</sup> poterono constatare che nell'astissia le contrazioni dei muscoli di cani cessano con le ultime respirazioni *dopo essere aumentate d'intensità*, e che, se l'astissia è interrotta al momento giusto, facendo la respirazione artificiale, esse tornano a manifestarsi più gagliarde di prima. Anche Waller e Sawton <sup>(7)</sup> osservarono nei muscoli di rana curarizzati e non curarizzati un aumento delle contrazioni massimali sotto l'influenza di CO<sub>2</sub>, che essi paragonarono al fenomeno della scala.

Ma le ricerche più complete sull'argomento sono senza dubbio quelle di von Lotha. In un primo lavoro, fatto sui muscoli di rana separati dal corpo <sup>(8)</sup>, questi osservò: che l'acido carbonico provoca una cospicua contrattura del muscolo, e un aumento della durata della contrazione a spese principalmente della fase di decontrazione; un aumento delle altezze delle contrazioni, che si verifica però e dura maggiormente quando gli intervalli fra gli stimoli sono notevolmente lunghi, mentre, se sono brevi, le contrazioni diminuiscono subito di altezza; che l'azione nociva dell'acido carbonico si manifesta tanto più presto, quanto più intensa è l'attività (maggiore la frequenza degli stimoli) a cui il muscolo viene sottoposto; che il muscolo può restaurarsi benissimo, anche se l'acido carbonico producesse totale ineccitabilità; e che, finalmente, l'acido carbonico esercita un'azione conservatrice o di risparmio sul muscolo, inibendone l'attività, onde la produzione di CO<sub>2</sub> durante l'attività muscolare deve essere considerata non solo come l'espressione di

<sup>(1)</sup> L. Spallanzani, *Opuscoli di fisica animale e vegetabile*, vol. I, parte I, cap. VII, pag. 117; vol. II, opusc. III: *Osservazioni e sperienze intorno agli animali e ai vegetali chiusi nell'aria*, pp. 127 e segg., Modena 1776. — Idem., *Memorie sulla respirazione* (Opere, vol. V, Milano, Soc. tipogr. de' classici italiani, 1826).

<sup>(2)</sup> L. Hermann, *Untersuchungen über den Stoffwechsel der Muskeln, ausgehend vom Gaswechsel derselben*, pp. 28 e 43. Berlin, 1867.

<sup>(3)</sup> Cit. da C. Lhoták von Lhota (ved. appresso).

<sup>(4)</sup> E. W. Pflüger, *Ueber die physiologische Verbrennung in den lebenden Organismen*, Pflüger's Arch. X, pag. 251 (1875).

<sup>(5)</sup> J. Loeb, *Untersuchungen über die physiologischen Wirkungen des Sauerstoffmangels*, Pflüger's Arch. LXII, pag. 249 (1895) (ved. pp. 277-287).

<sup>(6)</sup> A. Broca e Ch. Richet, *De la contraction musculaire anaérobie*, Arch. de physiol. norm. et path. XXVIII, pag. 829 (1896).

<sup>(7)</sup> A. D. Waller and S. C. M. Sawton, *Action of carbon dioxide on voluntary and cardiac muscle*, Journ. of physiol. XX, pag. xvi (1896).

<sup>(8)</sup> C. Lhoták von Lhota, *Untersuchungen über die Veränderungen der Muskelfunction in einer Kohlendioxydatmosphäre*, Arch. f. (Anat. u.) Physiol., pag. 45 (1902). Idem, *Recherches expérimentales sur la conservation du potentiel musculaire dans l'atmosphère de l'anhydride carbonique*, Journ. de Physiol. et de Path. génér., pag. 976 (1902).



processi catabolici, ma anche come una disposizione regolatrice tendente a impedire il completo esaurimento del muscolo.

Debbo a questo punto notare che già Lopriore <sup>(1)</sup> aveva accennato a una simile influenza regolatrice dell'acido carbonico sui protoplasmi vegetali. il cui accrescimento ne sarebbe agevolato.

Nei muscoli degli animali omeotermi, lo stesso von Lhota <sup>(2)</sup> osservò che, durante l'asfissia, le contrazioni dei muscoli, lasciati *in situ*, prima aumentano di altezza (in certi casi, perfino del doppio), ma per brevissimo tempo (5-20 contrazioni); quindi diminuiscono, fino a scomparire del tutto.

Ma questa ineccitabilità, costituente il secondo stadio dell'azione dell'acido carbonico, sarebbe solo apparente, perchè con stimoli più forti si possono ancora provocare mediocri contrazioni. Segue poi il terzo stadio, che è il premortale, durante il quale riappare una mediocre eccitabilità per gli stimoli forti. L'A. non spiega l'aumento della eccitabilità del primo stadio, che ricorda il fenomeno della scala; e spiega l'apparente ineccitabilità del secondo stadio come un fenomeno d'inibizione causato dai prodotti tossici del metabolismo rimasti non ossidati. Tuttavia, egli ha osservato che l'ineccitabilità si presenta anche se il muscolo, durante l'asfissia, non è affatto stimolato. La capacità funzionale del muscolo asfittico si restaura da sé, anche negli animali omeotermi, specie se lo si irrori di nuovo con sangue ricco di ossigeno.

Osservazioni analoghe a quelle sopra ricordate trovansi nelle pubblicazioni di Joteyko <sup>(3)</sup>, di Polimanti <sup>(4)</sup> ecc.

La critica di esse conviene che sia fatta dopo l'esposizione dei risultati sperimentali.

\*  
\* \*

Le mie ricerche sul preparato diaframmatico isolato dal corpo riguardano le variazioni del tono, della durata di sopravvivenza, della fatica e del tempo in cui si manifesta l'accorciamento terminale da rigidità, dell'altezza delle contrazioni ecc., in condizioni diverse, e cioè: nell'assenza assoluta di ossigeno, in presenza di poco o di molto ossigeno, in presenza di quantità variabili di acido carbonico solo, o di acido carbonico misto con ossigeno ecc.

Riassumo brevemente, in questa prima Nota, i risultati ottenuti riguardanti: l'azione dell'acido carbonico sul tono dei preparati diaframmatici sospesi, durante l'esperimento, in ambiente saturo di umidità, ma non im-

<sup>(1)</sup> G. Lopriore, *Ueber die Einwirkung der Kohlensäure auf das Protoplasma der lebenden Pflanzenzelle*. Jahrb. f. wiss. Botan. XXVIII, pag. 581 (1895).

<sup>(2)</sup> C. Lhoták von Lhota, *Functionsänderungen des Warmblütermuskels beim Sauerstoffmangel*. Pflüger's Arch. XCIV, pag. 622 (1903).

<sup>(3)</sup> J. Joteyko, *La fatigue et la respiration élémentaire du muscle*. Paris 1896. — Idem, *La vie anaérobie du muscle*. Journal médic. de Bruxelles, n. 31, 8 agosto 1898.

<sup>(4)</sup> O. Polimanti, *Ricerche sulla fisiologia generale dei muscoli*. Roma 1906.

mersi nel liquido di Ringer; sulla eccitabilità delle giunzioni neuro-muscolari, cioè sulla conduttività neuro-muscolare; sull'altezza delle contrazioni provocate da stimoli di minima frequenza.

## II.

### **Influenza dell'acido carbonico sulla conduttività neuro-muscolare, sul tono del preparato diaframmatico, e sull'altezza delle contrazioni provocate a lunghi intervalli.**

In quegli esperimenti della durata di più ore, durante i quali si stimola ritmicamente il preparato diaframmatico (con stimoli di varia intensità e di frequenza non inferiore a 30-20 al l'), in guisa da far ad esso registrare una « curva di fatica », bisogna distinguere due specie di accorciamenti durevoli: quelli *tonici* o *contratture*, che si presentano al principio dell'esperimento, quando cioè il muscolo è ancora fresco e dotato di notevole capacità funzionale; e quelli *terminali*, che sono indizio di rigidità.

Se il muscolo è tenuto a temperatura nè troppo bassa nè troppo alta, è stimolato non troppo frequentemente, ed è abbondantemente fornito di ossigeno, raramente il tracciato presenta al principio contratture degne di nota.

Tuttavia queste si osservano (ved. per es. le figg. 11, 12 e 13 della mia « prima Memoria »); e più spesso sogliono presentarsi, quando il muscolo è eccitato da stimoli forti e frequenti, specie se l'ossigeno è somministrato in scarsa quantità; o in certi preparati i quali, per cause ignote, appariscono originariamente dotati di una particolare disposizione alle contratture.

In tali casi, io credo che la contrattura sia provocata principalmente dalla formazione in breve tempo di una quantità eccessiva di acido lattico, che le condizioni sperimentali non permettono che sia nè eliminato nè in qualche modo metabolizzato.

Volendo quindi indagare se l'acido carbonico provoca per sè stesso la contrattura iniziale, e quale influenza questa esercita sulle contrazioni rapide, è necessario stimolare il muscolo a grandi intervalli, in guisa da ridurre al minimo la formazione dell'acido lattico.

Nell'esperimento, cui si riferisce la fig. 1, in 1. si cominciò a sostituire l'ossigeno con acido carbonico, la cui quantità fu poi aumentata in 2. Come dimostra il tracciato, in primo luogo sotto l'azione di CO<sub>2</sub> le contrazioni provocate mediante stimolazioni del nervo (N) mano mano diminuirono di altezza fino a scomparire del tutto; in secondo luogo, specialmente dopo 2., le *contrazioni provocate da stimoli diretti, non che diminuire di altezza, aumentarono un poco e progressivamente*; e in fine il muscolo

presentò un cospicuo accorciamento tonico, che non poteva dipendere dalle cause sopra dette, data la piccolissima frequenza degli stimoli. ma doveva essere causato dall'acido carbonico. Cessato il passaggio di questo gas, e somministrato di nuovo ossigeno al muscolo (in 3.), le contrazioni aumentarono grandemente di altezza, fino a raggiungere quella delle contrazioni del muscolo freschissimo (non riprodotte nella figura), e il tono incominciò ad abbassarsi.

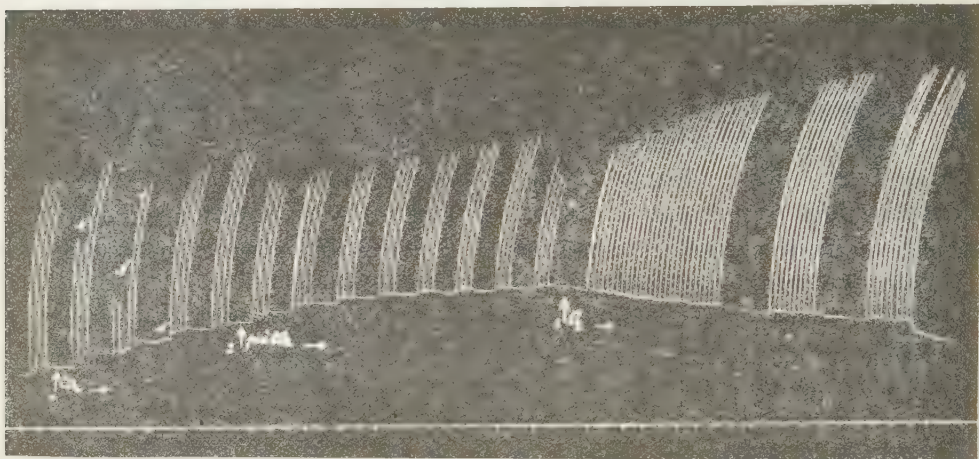


FIG. 1.

Analogo risultato ebbi nell'esperimento, cui si riferisce la fig. 2. In questo caso la contrattura prodotta da  $\text{CO}_2$  fu assai debole. Ma per compenso il tracciato dimostra evidentemente *la restaurazione della eccitabilità, non solo del muscolo, ma anche delle giunzioni neuro-muscolari*, dopo che all'acido carbonico fu sostituito l'ossigeno. Le contrazioni N sono quelle provocate mediante stimolazioni del nervo; le M, quelle provocate mediante stimolazione diretta del muscolo. Come si vede, le contrazioni N diminuiscono mano mano d'altezza, e finalmente scomparvero; ma poi tornarono ad apparire, prima piccole e poi sempre più alte. Le contrazioni M, prima diminuirono di altezza: poi, come l'accorciamento tonico si venne accentuando, crebbero, e quindi di nuovo diminuirono, causa l'azione prolungata di  $\text{CO}_2$ . Ma, somministrato di nuovo l'ossigeno, le contrazioni M tornarono ad aumentare progressivamente di altezza, finchè raggiunsero quasi quelle delle contrazioni precedenti l'azione di  $\text{CO}_2$ .

La fig. 3 riproduce il tracciato ottenuto in un altro esperimento, che dette risultati simili. La restaurazione delle giunzioni neuromuscolari e del muscolo, dopo l'azione dell'acido carbonico, non fu in questo caso tanto co-



spicua quanto nel precedente, ma si verificò in grado notevole. Si osservi il progressivo aumento e poi la diminuzione dell'altezza delle contrazioni dei gruppi centrali della figura.

*Se il muscolo, però, non è stimolato affatto, la contrattura iniziale non si verifica* (ved. fig. 4), o solo in minimo grado.

Essa si verifica, invece, ed è molto più cospicua, quando il muscolo è stimolato più frequentemente che non negli esperimenti ai quali si riferiscono i tracciati delle figg. 1, 2 e 3. Nella fig. 5, per es., i tracciati A e B furono registrati da due preparati diaframmatici dello stesso cane, simultaneamente. Il preparato A, tenuto sempre in atmosfera di ossigeno, non presentò contrattura degna di nota, mentre il preparato B, tenuto in atmosfera di acido carbonico, ne presentò una evidentissima.

Affatto distinto dalla contrattura iniziale è l'*accorciamento terminale da rigidità*. Questo si presenta sempre, sotto l'influenza dell'acido carbonico, e assai più presto che in condizioni normali, tanto nei muscoli stimolati (ved. fig. 6), quanto in quelli non stimolati (fig. 4) e che perciò non presentarono una contrattura iniziale.

Anche nel tracciato della fig. 6 la contrattura iniziale è nettamente distinta dall'accorciamento terminale.

La contrattura iniziale differisce dall'accorciamento terminale perchè:

1) la prima è tanto più cospicua quanto maggiore è la capacità funzionale e tonica del muscolo;

2) essa, contrariamente alla rigidità, si risolve presto;

FIG. 2.





3) durante e dopo la contrattura, il muscolo rimane eccitabile, mentre durante la completa rigidità il muscolo si dimostra ineccitabile.

In generale, una seconda contrattura dopo la prima non si presenta mai, quando il muscolo è stimolato ritmicamente; ma dopo un lungo riposo in presenza di molto ossigeno, l'acido carbonico può provocare una nuova contrattura.

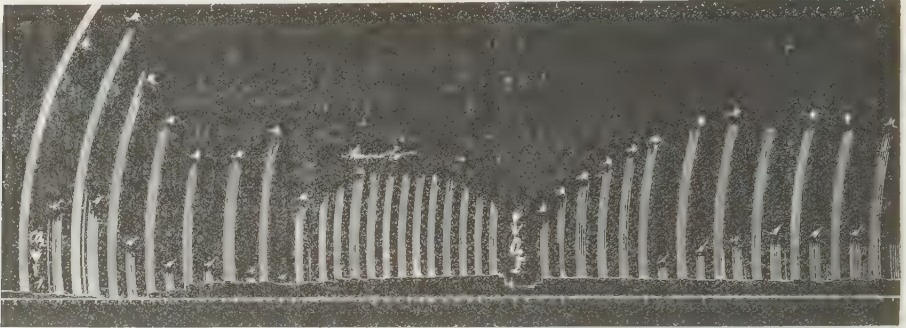


FIG. 3.

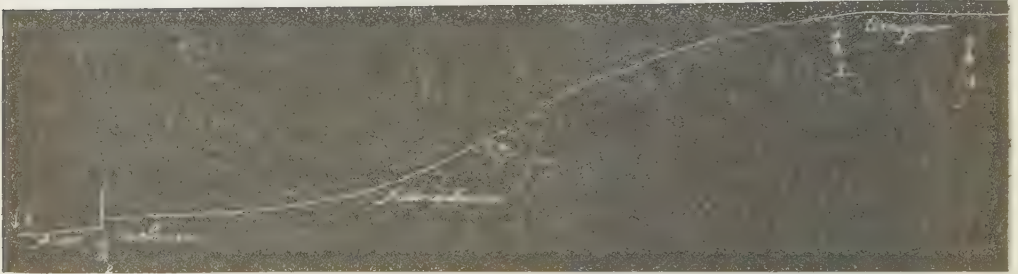


FIG. 4.

La contrattura iniziale da acido carbonico differisce da quella che producono gli altri acidi (per es., l'acido lattico) e altre sostanze (per es., la veratrina, la nicotina, gli alcali, il cloroformio, il cloruro di tetrametilammonio ecc.), perchè essa non si è mai verificata, negli esperimenti finora da me fatti, se non quando il muscolo era stato stimolato con stimoli di piccola o di mediocre frequenza. Ciò dimostra che a produrla contribuisce l'addizione degli accorciamenti residuali delle singole contrazioni provocate. Ma questo non è l'unico fattore, e nemmeno il principale.

L'acido carbonico, incapace per sè stesso di provocare una contrattura, esalta nel muscolo la tendenza all'accorciamento tonico.

Che la capacità tonica propria del muscolo influisca molto sul fenomeno della contrattura provocata da  $\text{CO}_2$ , è dimostrato dal fatto che, negli esperimenti di von Lhota, i muscoli di tartaruga presentarono una contrattura assai maggiore che non quelli di rana; e anche dal nostro esperimento, al quale si riferisce il tracciato della fig. 6. In questo caso, in cui il preparato eseguiva contrazioni ritmiche automatiche (a sinistra di 1), le quali sono



FIG. 5.

indizio di una grande eccitabilità delle giunzioni neuro-muscolari, e presentava evidente tendenza all'accorciamento tonico automatico, la contrattura prodotta dall'acido carbonico fu non solo assai accentuata, ma si svolse anche rapidamente.

In questi esperimenti non abbiamo osservato un aumento assoluto dell'altezza delle contrazioni rapide causato dall'acido carbonico. Quell'aumento, che si scorge nei gruppi della parte media del tracciato nelle figg. 1 e 3, dipende dalla contrattura ed è analogo a quello che presentano le contra-

zioni « sostenute »; tuttavia le contrazioni dei detti gruppi sono sempre meno alte, sia di quelle che il muscolo eseguiva prima di subire l'azione dell'acido carbonico, sia anche di quelle che esegui durante la successiva restaurazione in ossigeno.

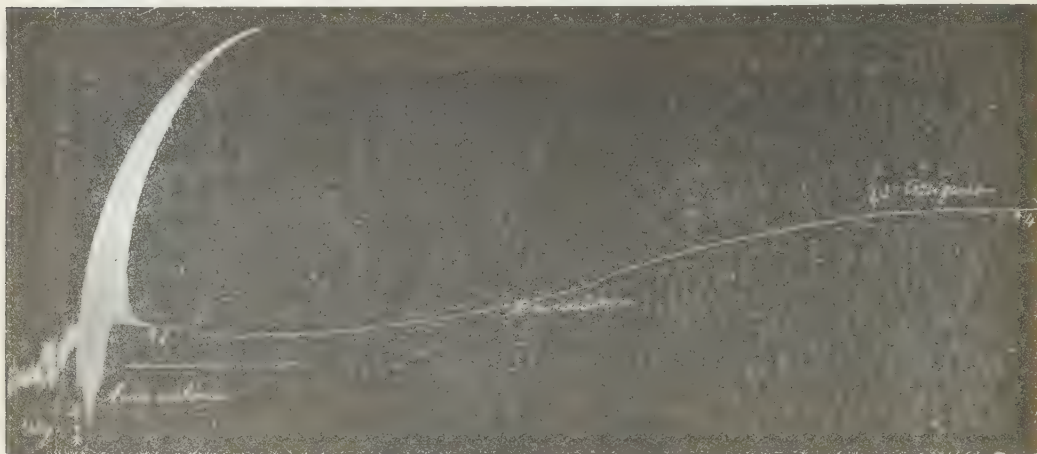


FIG. 6.

Ma sul fenomeno descritto da Broca e Richet, da Waller e da von Lhota, tornerò nelle Note successive.

Matematica. — *Sopra un'applicazione della convergenza in media.* Nota II di PIA NALLI, presentata dal Corrisp. G. BAGNERA.

1. Dimostrerò la seguente proposizione:

*Sia*

$$(1) \quad f(s) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n e^{-\lambda_n s}$$

*una serie di Dirichlet, appartenente alla classe considerata nella Nota I e convergente nel semipiano  $\sigma > \beta$ . Posto*

$$f(s) = \alpha(\sigma, t),$$

*condizione necessaria e sufficiente perchè  $\alpha(\sigma, t)$ , al tendere di  $\sigma$  a  $\beta$  per valori maggiori di  $\beta$ , converga in media, in  $(-\infty, +\infty)$ , verso una funzione  $p(t)$ , è che la serie*

$$\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|^2 e^{-2\lambda_n \beta}$$

*sia convergente.*

Posto

$$a_n = \alpha_n + i \beta_n,$$

se la (1) converge nel semipiano  $\sigma > \beta$ , in tale semipiano convergeranno pure le due serie

$$f_1(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n e^{-\lambda_n s},$$

$$f_2(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n e^{-\lambda_n s}.$$

Per  $\sigma > \beta$  si avrà, per la (4) della Nota I,

$$\lim_{\omega=\infty} \frac{1}{2\omega} \int_{-\omega}^{\omega} |f_1(\sigma + it)|^2 dt = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n^2 e^{-2\lambda_n \sigma}$$

e

$$\lim_{\omega=\infty} \frac{1}{2\omega} \int_{-\omega}^{\omega} |f_2(\sigma + it)|^2 dt = \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n^2 e^{-2\lambda_n \sigma},$$

e perciò

$$\lim_{\omega=\infty} \frac{1}{2\omega} \int_{-\omega}^{\omega} |f(s)|^2 dt = \sum_{n=1}^{\infty} |a_n|^2 e^{-2\lambda_n \sigma},$$

cioè

$$\lim_{\omega=\infty} \frac{1}{2\omega} \int_{-\omega}^{\omega} |\alpha(\sigma t)|^2 dt = \sum_{n=1}^{\infty} |a_n|^2 e^{-2\lambda_n \sigma}.$$

Se l'insieme delle funzioni  $\alpha(\sigma, t)$ , al tendere di  $\sigma$  a  $\beta$  per valori maggiori di  $\beta$ , converge in media, in  $(-\infty, +\infty)$ , ad una funzione  $p(t)$ , si avrà

$$(2) \quad \lim_{\omega=\infty} \frac{1}{2\omega} \int_{-\omega}^{\omega} |p(t)|^2 dt = \lim_{\sigma=\beta+0} \sum_{n=1}^{\infty} |a_n|^2 e^{-2\lambda_n \sigma}.$$

Infatti, rappresentando con  $\bar{a}$  il coniugato di un numero complesso  $a$ , abbiamo

$$\begin{aligned} |p(t)|^2 &= |\alpha(\sigma, t)|^2 + p(t) [\overline{p(t)} - \overline{\alpha(\sigma, t)}] + \\ &\quad + \overline{p(t)} [p(t) - \alpha(\sigma, t)] - |p(t) - \alpha(\sigma, t)|^2, \end{aligned}$$



e perciò, applicando l'ineguaglianza di Schwarz,

$$(3) \quad \left| \frac{1}{2\omega} \int_{-\omega}^{\omega} |p(t)|^2 dt - \sum_{n=1}^{\infty} |a_n|^2 e^{-2\lambda_n \sigma} \right| \leq \left| \frac{1}{2\omega} \int_{-\omega}^{\omega} |\alpha(\sigma, t)|^2 dt - \sum_{n=1}^{\infty} |a_n|^2 e^{-2\lambda_n \sigma} \right| +$$

$$+ 2 \left\{ \frac{1}{2\omega} \int_{-\omega}^{\omega} |p(t)|^2 dt \cdot \frac{1}{2\omega} \int_{-\omega}^{\omega} |p(t) - \alpha(\sigma, t)|^2 dt \right\}^{\frac{1}{2}} +$$

$$+ \frac{1}{2\omega} \int_{-\omega}^{\omega} |p(t) - \alpha(\sigma, t)|^2 dt.$$

Fissato  $\varepsilon > 0$ , determinato  $\delta$  in modo che, per tutti i valori di  $\sigma$  soddisfacenti alla condizione  $\beta < \sigma < \beta + \delta$ , sia

$$\limsup_{\omega=\infty} \frac{1}{2\omega} \int_{-\omega}^{\omega} |p(t) - \alpha(\sigma, t)|^2 dt < \varepsilon^2,$$

e posto

$$L = \limsup_{\omega=\infty} \frac{1}{2\omega} \int_{-\omega}^{\omega} |p(t)|^2 dt,$$

si trae, dalla (3),

$$(4) \quad \limsup_{\omega=\infty} \left| \frac{1}{2\omega} \int_{-\omega}^{\omega} |p(t)|^2 dt - \sum_{n=1}^{\infty} |a_n|^2 e^{-2\lambda_n \sigma} \right| \leq 2 L^{\frac{1}{2}} \varepsilon + \varepsilon^2.$$

Se si fa tendere  $\omega$  ad  $\infty$  in modo che  $\frac{1}{2\omega} \int_{-\omega}^{\omega} |p(t)|^2 dt$  tenda ad  $L'$ , si avrà

$$\left| L' - \sum_{n=1}^{\infty} |a_n|^2 e^{-2\lambda_n \sigma} \right| < 2 L \varepsilon + \varepsilon^2;$$

il che dimostra che si ha

$$\lim_{\sigma=\beta+\delta} \sum_{n=1}^{\infty} |a_n|^2 e^{-2\lambda_n \sigma} = L',$$

cioè

$$\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|^2 e^{-2\lambda_n \beta} = L'.$$

e perciò, finalmente,

$$\lim_{\omega=\infty} \frac{1}{2\omega} \int_{-\omega}^{\omega} |p(t)|^2 dt = \sum_{n=1}^{\infty} |a_n|^2 e^{-2\lambda_n \beta}.$$

La condizione enunciata è dunque necessaria.

Essa è sufficiente. Infatti, quando è soddisfatta, si può costruire una funzione  $p(t)$  per la quale si abbia

$$\lim_{\omega=\infty} \frac{1}{2\omega} \int_{-\omega}^{\omega} p(t) e^{\lambda_n i t} dt = a_n e^{-\lambda_n \beta} \quad (n = 1, 2, \dots)$$

e

$$\lim_{\omega=\infty} \frac{1}{2\omega} \int_{-\omega}^{\omega} |p(t)|^2 dt = \sum_{n=1}^{\infty} |a_n|^2 e^{-2\lambda_n \beta} \quad (1).$$

Si avrà allora

$$\lim_{\omega=\infty} \frac{1}{2\omega} \int_{-\omega}^{\omega} |p(t) - \alpha(\sigma, t)|^2 dt = \sum_{n=1}^{\infty} |a_n|^2 (e^{-\lambda_n \beta} - e^{-\lambda_n \sigma})^2.$$

La serie che compare nel secondo membro di questa relazione converge uniformemente rispetto a  $\sigma$ , perchè il suo termine generale non supera  $|a_n|^2 e^{-2\lambda_n \beta}$ ; essa rappresenta una funzione continua di  $\sigma$  che si annulla per  $\sigma = \beta$ . Dunque

$$\lim_{\sigma=\beta+0} \left\{ \lim_{\omega=\infty} \frac{1}{2\omega} \int_{-\omega}^{\omega} |p(t) - \alpha(\sigma, t)|^2 dt \right\} = 0:$$

cioè l'insieme delle funzioni  $\alpha(\sigma, t)$ , al tendere di  $\sigma$  a  $\beta + 0$ , converge in media verso la funzione  $p(t)$ .

2. Il teorema del prof. Pincherle, richiamato nella Nota I, è facilmente estendibile, come l'A. osserva, al caso di una funzione analitica, regolare entro un'area semplicemente connessa, limitata da una linea analitica, quando si sa che la parte reale e la parte immaginaria di  $\varphi(x)$  tendono in media a funzioni di punti del contorno, sommabili insieme coi loro quadrati, allorchè la variabile tende al contorno in dipendenza alla variazione di un opportuno parametro.

Un'estensione analoga si può fare per il teorema da me dimostrato sulle serie di Dirichlet; ciò è in relazione col fatto che alla (5) della Nota I si può dare una forma più generale.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n e^{-\lambda_n s}$  sia una serie di Dirichlet della classe considerata nella

Nota I, convergente nel semipiano  $\sigma > \beta$ ;  $s_0$  sia un punto di tale semipiano;  $\sigma(\tau)$  ed  $\omega(\tau)$  siano due funzioni continue di una variabile reale  $\tau$ , definite per tutti i valori di  $\tau$  tra  $-\infty$  e  $+\infty$ , dotate di derivate continue,

(<sup>1</sup>) Pia Nalli, *Sopra una nuova specie di convergenza in media* (Rendiconti del Circolo matematico di Palermo, tomo XXXVIII, 2° semestre 1914, pp. 305-319); *Aggiunta alla Memoria*: « *Sopra una nuova specie di convergenza in media* » (Rendiconti del Circolo matematico di Palermo, tomo XXXVIII, 2° semestre 1914, pp. 320-323).

non entrambe nulle, salvo eventualmente in una infinità numerabile di punti non avente punti-limiti a distanza finita. Si abbia ancora

$$\sigma(-\tau) = \sigma(\tau);$$

$\omega(\tau) \not\equiv 0$  secondochè è  $\tau \not\equiv$ , e

$$\lim_{|\tau|=\infty} |\omega(\tau)| = \infty.$$

Finalmente, denotando con  $\eta$  un conveniente numero positivo, si abbia

$$(5) \quad \sigma_0 - \eta > \sigma(\tau) > \beta + \eta,$$

qualunque sia il valore di  $\tau$ .

Definita  $G(s)$  come nella Nota I, si avrà

$$(6) \quad f(s_0) = \lim_{x=\infty} \frac{1}{[\omega(x) - \omega(-x)]} i \int_{\sigma(-x)+i\omega(-x)}^{\sigma(x)+i\omega(x)} f(s) G(s-s_0) ds,$$

dove l'integrazione è estesa all'arco della curva formata dai punti  $\sigma(\tau) + i\omega(\tau)$  che va dal punto  $\sigma(-x) + i\omega(-x)$  al punto  $\sigma(x) + i\omega(x)$ .

Infatti, essendo il prodotto  $f(s) G(s-s_0)$  funzione regolare della variabile complessa  $s$  nella striscia limitata dalle rette  $\sigma = \beta + \eta$ ,  $\sigma = \sigma_0 - \eta$ , si avrà

$$\frac{1}{i} \int_{\sigma(-x)+i\omega(-x)}^{\sigma(x)+i\omega(x)} f(s) G(s-s_0) ds = \int_{\omega(-x)}^{\omega(x)} f(\sigma(x) + it) G(\sigma(x) - s_0 + it) dt.$$

Ma, data l'assoluta convergenza delle due serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n e^{-\lambda_n(\sigma(x)+it)} \quad , \quad \sum_{n=1}^{\infty} e^{\lambda_n(\sigma(x)-s_0+it)}$$

che rappresentano rispettivamente  $f(\sigma(x) + it)$  e  $G(\sigma(x) - s_0 + it)$ , si può scrivere

$$f(\sigma(x) + it) G(\sigma(x) - s_0 + it) = \sum_{m,n} a_n e^{-\lambda_n(\sigma(x)+it)} e^{\lambda_m(\sigma(x)-s_0+it)}.$$

Il modulo del termine generale della serie doppia, che compare in questa relazione, non supera  $|a_n| e^{-\lambda_n \sigma(x)} e^{\lambda_m(\sigma(x)-s_0)}$ ; quindi la serie converge uniformemente, rispetto a  $t$ , nell'intervallo  $(\omega(-x), \omega(x))$ . Si avrà dunque

$$\begin{aligned} \int_{\omega(-x)}^{\omega(x)} f(\sigma(x) + it) G(\sigma(x) - s_0 + it) dt &= [\omega(x) - \omega(-x)] \sum_{n=1}^{\infty} a_n e^{-\lambda_n s_0} + \\ &+ \sum_{m \neq n} a_n e^{-\lambda_n \sigma(x)} e^{\lambda_m(\sigma(x)-s_0)} \int_{\omega(-x)}^{\omega(x)} e^{(\lambda_m - \lambda_n)it} dt, \end{aligned}$$

cioè

$$(7) \quad \frac{1}{[\omega(x) - \omega(-x)]} \int_{\omega(-x)}^{\omega(x)} f(\sigma(x) + it) G(\sigma(x) - s_0 + it) dt =$$

$$= f(s_0) + \sum_{m \neq n} a_n e^{-\lambda_n \sigma(x)} e^{\lambda_m (\sigma(x) - s_0)} \frac{\int_{\omega(-x)}^{\omega(x)} e^{(\lambda_m - \lambda_n) it} dt}{\omega(x) - \omega(-x)}.$$

Si ha intanto

$$\frac{\int_{\omega(-x)}^{\omega(x)} e^{(\lambda_m - \lambda_n) it} dt}{\omega(x) - \omega(-x)} = \frac{\cos(\lambda_m - \lambda_n) \omega(x) - \cos(\lambda_m - \lambda_n) \omega(-x)}{[\omega(x) - \omega(-x)] (\lambda_m - \lambda_n) i} +$$

$$+ \frac{\sin(\lambda_m - \lambda_n) \omega(x) - \sin(\lambda_m - \lambda_n) \omega(-x)}{[\omega(x) - \omega(-x)] (\lambda_m - \lambda_n)} = -i \sin \xi_1 + \cos \xi_2,$$

essendo  $\xi_1$  e  $\xi_2$  due convenienti valori compresi tra  $(\lambda_m - \lambda_n) \omega(-x)$  e  $(\lambda_m - \lambda_n) \omega(x)$ . Tenendo conto di questa relazione e della (5), si conclude che il termine generale della serie che compare nel secondo membro della (7), se per qualunque  $n$  è  $\lambda_n \geq 0$ , non supera  $2 |a_n| e^{-\lambda_n(\beta + \eta)} e^{-\lambda_n \eta}$ , che è il termine generale di una serie doppia convergente; quindi la serie che compare nel secondo membro della (7), i cui termini sono funzioni di  $x$ , converge uniformemente rispetto ad  $x$ ; e, siccome ognuno dei termini tende a zero quando  $x$  tende ad  $\infty$ , anche la serie avrà per limite zero quando  $x$  tende ad  $\infty$ . Resta così dimostrata la (6), che comprende, come caso particolare, la (5) della Nota I. La dimostrazione viene leggermente modificata se qualcuna delle  $\lambda_n$  è negativa.

**Matematica.** — *Sulle varietà algebriche con sistemi regolari di integrali riducibili.* Nota di GAETANO SCORZA, presentata dal Corrispondente G. CASTELNUOVO.

In un lavoro d'insieme, che sarà pubblicato altrove, verranno raccolte, rimaneggiate e approfondite le ricerche che, da un pezzo in qua, son venute facendo sulla teoria degli integrali abeliani riducibili<sup>(1)</sup>; e verrà anche lumeggiato il fondo aritmetico comune a questa teoria e alle teorie affini (trasformazione delle funzioni abeliane, funzioni abeliane a moltiplicazione

<sup>(1)</sup> Scorza: a) *Sugli integrali abeliani riducibili*, Note I, II e III (questi Rendiconti, 7 marzo, 21 marzo e 7 novembre 1915); b) *Le varietà algebriche con indice di singolarità massimo*, Note I e II (ibid., settembre e ottobre 1915); c) *Sulle varietà algebriche con sistemi regolari isolati di integrali riducibili* (ibid., 21 novembre 1915); d) *Sulle varietà algebriche con infiniti sistemi regolari di integrali riducibili* (ibid., 19 dicembre 1915).



complessa, corrispondenze algebriche fra curve algebriche, ecc.), facendo vedere come esse si innestino tutte su quella che si proporrà di chiamare *teoria delle matrici di Riemann*.

Poichè fino ad ora i risultati dei miei studi sono comparsi nei Rendiconti di questa illustre Accademia, non mi pare inopportuno raccogliere qui gli enunciati delle nuove proposizioni a cui son pervenuto, riferendole, come sempre, e per brevità, soltanto alle varietà algebriche di irregolarità superficiale non nulla. In attesa delle dimostrazioni (molto semplici, del resto), non è male aver subito sott'occhio le linee essenziali di tutta la teoria.

1. Una varietà algebrica, di irregolarità superficiale  $p > 0$ , o, come anche diremo, una  $V_p$ , si dirà *pura* od *impura*, secondo che è puro od impuro il sistema totale dei suoi integrali semplici di 1<sup>a</sup> specie <sup>(1)</sup>; ossia, secondo che non contiene o contiene sistemi regolari di integrali riducibili.

2. Chiameremo *carattere simultaneo di Riemann*, o, semplicemente, *carattere simultaneo* di una  $V_p$  e di una  $V_{p'}$ , sulle cui riemanniane siano stati fissati due sistemi di cicli lineari indipendenti

$$\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_{2p} \quad \text{e} \quad \sigma'_1, \sigma'_2, \dots, \sigma'_{2p'},$$

il massimo numero  $\lambda$  di forme bilineari, linearmente indipendenti, a coefficienti (razionali, o addirittura) interi, in due serie di variabili

$$x_1, x_2, \dots, x_{2p} \quad ; \quad y_1, y_2, \dots, y_{2p'}$$

che prendono il valor zero, quando per la  $x_j$  si pone il periodo al ciclo  $\sigma_j$  di un qualsiasi integrale di  $V_p$ , e per la  $y_i$  si pone il periodo al ciclo  $\sigma'_i$  di un qualsiasi integrale di  $V_{p'}$ .

L'intero  $\lambda$ , indipendente dalla scelta dei cicli  $\sigma$  e  $\sigma'$  sulle riemanniane di  $V_p$  e  $V_{p'}$ , è assoggettato alle disuguaglianze

$$(1) \quad 0 \leq \lambda \leq 2pp';$$

e il valore  $2pp'$  può essere effettivamente raggiunto, qualunque siano  $p$  e  $p'$  (cfr. il n. 14).

3. Una  $V_p$  e una  $V_{p'}$  si diranno *vincolate* o *non vincolate*, secondo che il loro carattere simultaneo di Riemann è positivo o nullo.

4. Nella definizione del n. 2 non è escluso che le due varietà considerate coincidano (cosicchè  $p' = p$ ); anzi, se ciò accade, risulta sempre  $\lambda \geq 1$ .

In tal caso, però, ove non sia necessario di considerare le due varietà come distinte, piuttosto che del carattere simultaneo  $\lambda$  di una varietà e se

<sup>(1)</sup> Cfr. loc. cit. <sup>1)</sup>, d). Avvertiamo poi che, secondo il solito, quando nel testo parliamo di integrali, senz'altro, intendiamo sempre che si tratti di integrali semplici di 1<sup>a</sup> specie.

stessa, parleremo del suo *indice di moltiplicabilità*  $h$ , che definiremo mediante l'eguaglianza

$$h = \lambda - 1.$$

Per l'indice di moltiplicabilità  $h$  di una  $V_p$ , avente l'indice di singolarità  $k$ , si hanno le limitazioni

$$(2) \quad 0 \leq k \leq h \leq 2p^2 - 1;$$

e le  $V_p$ , per cui  $h = 2p^2 - 1$ , sono, per  $p = 1$ , quelle il cui integrale ellittico è a moltiplicazione complessa e, per  $p > 1$ , quelle il cui indice di singolarità è massimo, cioè è dato da  $k = p^2 - 1$ .

Una  $V_p$ , per cui risulti  $h \geq 2p$ , contiene necessariamente infiniti sistemi regolari di integrali riducibili; e quindi, *se una  $V_p$  è pura, il suo indice di moltiplicabilità è certo inferiore a  $2p$ .*

5. Alla nozione di indice di moltiplicabilità di una  $V_p$  si può pervenire anche in altro modo.

Si rappresentino, nella maniera che abbiamo più volte indicato, gli integrali della  $V_p$  mediante i punti di un  $S_{p-1}$ ,  $\tau$ , di un  $S_{2p-1}$ ,  $\Sigma$ , nel quale sia stato prefissato un sistema di coordinate proiettive omogenee.

Allora, dire che  $h$  è l'indice di moltiplicabilità della nostra  $V_p$ , equivale a dire che  $h + 1$  è il *massimo numero di omografie razionali di  $\Sigma$  linearmente indipendenti che mutano  $\tau$  in sè stesso.*

Il gruppo costituito dalle omografie razionali di  $\Sigma$  che mutano  $\tau$  in sè stesso, e che è un gruppo identico o un gruppo infinito discontinuo secondo che  $h$  è nullo o positivo, si dirà il *gruppo di moltiplicabilità* della  $V_p$  presa in esame, poichè, data la  $V_p$ , esso è individuato in  $\Sigma$ , a meno di una trasformazione omografica razionale.

Esso contiene omografie singolari quando e solo quando la  $V_p$  è impura; e in tal caso la configurazione degli assi delle sue omografie singolari (che son tutte di specie pari) coincide con quella degli assi dei sistemi regolari di integrali riducibili della varietà. Inoltre esso induce su  $\tau$  un gruppo di omografie a cui è oloedricamente isomorfo, tranne soltanto il caso in cui la  $V_p$  sia ad indice di moltiplicabilità massimo.

Notisi, infine, che il gruppo di moltiplicabilità di una  $V_p$  impura opera sugli assi dei suoi sistemi regolari puri in modo assolutamente transitivo, quando e solo quando la  $V_p$  non contiene sistemi regolari isolati.

6. Il gruppo di moltiplicabilità della  $V_p$  considerata nel n. precedente consta di omografie (razionali) appartenenti tutte a un sistema lineare  $\infty^h$ . Ebbene, questo sistema costituisce a sua volta, come è ben naturale, un gruppo, continuo, finito, ad  $h$  parametri, di cui il primo è un sottogruppo.

7. Le definizioni e considerazioni dei nn. 2, ..., 6 si estendono immediatamente ai sistemi regolari di integrali riducibili appartenenti a una

stessa varietà o a varietà differenti, ai corpi di funzioni abeliane e alle curve algebriche.

In particolare si ha che:

*Una funzione abeliana è, o non è, a moltiplicazione complessa, secondo che il suo indice di moltiplicabilità è positivo o nullo (dove la denominazione introdotta);*

e che:

*Il numero base delle corrispondenze fra due curve (distinte o non) è il loro carattere simultaneo di Riemann.*

Inoltre il lettore riconoscerà subito che, per il caso delle curve, alcune delle proprietà incontrate si trovano già in una recente e importante Nota del sig. Rosati <sup>(1)</sup>. Nel qual caso, ciò che noi chiamiamo indici di singolarità e moltiplicabilità di una curva sono dati, colle notazioni del sig. Rosati, da  $\mu_1 - 1$  e  $\mu_1 + \mu_2 - 1$ ,  $\mu_1$  e  $\mu_2$  essendo quelli che egli chiama numeri-base delle corrispondenze simmetriche ed emisimmetriche appartenenti alla curva.

8. Assegnando un significato più stretto a una denominazione già introdotta precedentemente <sup>(2)</sup>, due  $V_\mu$ , che abbiano gli stessi indici di singolarità e moltiplicabilità, si diranno *isomorfe* quando sono entrambe pure, o quando sono entrambe impure e può stabilirsi tra i sistemi lineari dei loro integrali una tale omografia (non singolare) che i sistemi regolari dell'una si riflettano in quelli dell'altra, due sistemi omologhi riuscendo sempre (della stessa dimensione, e) con gli stessi indici di singolarità e moltiplicabilità.

Anche questa definizione intendiamo estesa ai sistemi regolari di integrali riducibili, ai corpi di funzioni abeliane e alle curve.

Notisi subito che, non ostante il significato più stretto attribuito qui alla relazione di isomorfismo, restano veri i teoremi che si trovano nel lavoro già citato, ove la nozione in discorso era adoperata in senso più lato. Basta guardare le dimostrazioni che restano inalterate, per persuadersene.

Cosicchè possiamo sempre asserire che:

*Due sistemi regolari di una  $V_p$ , aventi su di essa uno stesso complementare sono necessariamente isomorfi;*

e che:

*Se una  $V_p$  impura non ammette sistemi regolari isolati, i suoi sistemi puri sono tutti isomorfi; ecc.*

Anzi, a quest'ultimo teorema può darsi, per quel che segue, una portata più larga; può dirsi, cioè, che, se una  $V_p$  impura è priva di sistemi rego-

<sup>(1)</sup> Rosati, *Sulle corrispondenze fra i punti di una curva algebrica e in particolare fra i punti di una curva di genere due* (questi Rendiconti, agosto 1915).

<sup>(2)</sup> Loc. cit. <sup>1)</sup>, d).

*lari isolati, due suoi sistemi regolari sono senz'altro isomorfi appena abbiano la stessa dimensione.*

9. Se una  $V_p$  e una  $V_{p'}$  sono vincolate ed è  $p \neq p'$ , quella di irregolarità superficiale maggiore è certamente impura.

Una  $V_p$  e una  $V_{p'}$  pure non possono essere vincolate se non a patto che siano isomorfe (per modo che, intanto,  $p' = p$ ); e, in caso affermativo, il loro carattere simultaneo di Riemann, diminuito di 1, dà il loro comune indice di moltiplicabilità.

Due  $V_p$  pure vincolate a una terza, egualmente pura, sono vincolate fra di loro.

Ogni forma bilineare a coefficienti interi, atta ad esprimere che due  $V_p$  pure sono vincolate, ha necessariamente diverso da zero il determinante formato coi suoi coefficienti.

In quest'ultima proposizione, grazie a quanto viene osservato alla fine del n. seguente, è contenuta la completa generalizzazione di un bel teorema dovuto al sig. De Franchis <sup>(1)</sup>.

10. Siano  $A_1, A_2, \dots, A_n$   $n$  ( $\geq 2$ ) sistemi regolari indipendenti di una  $V_p$  impura, il cui sistema congiungente coincida col sistema totale degli integrali di  $V_p$ ; e diciamo  $k$  ed  $h$ ,  $k_j$  e  $h_j$  gli indici di singolarità e moltiplicabilità della  $V_p$  e di  $A_j$ , rispettivamente; poi chiamiamo  $\lambda_{ji}$  il carattere simultaneo di  $A_j$  e  $A_i$ .

Allora valgono le formule

$$(3) \quad k = k_1 + k_2 + \dots + k_n + n - 1 + \sum \lambda_{ji}$$

$$(4) \quad h = h_1 + h_2 + \dots + h_n + n - 1 + 2 \sum \lambda_{ji},$$

dove i sommatori dei secondi membri si intendono estesi a tutte le combinazioni binarie degli indici  $1, 2, \dots, n$ .

La seconda discende subito dal fatto che, se si indica con  $\lambda$  il carattere simultaneo di Riemann della  $V_p$  considerata e di una qualsiasi  $V_{p'}$ , e si chiama  $\lambda_j$  quello di questa  $V_{p'}$  e del sistema  $A_j$ , si ha

$$(5) \quad \lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n.$$

Supponendo  $n = 2$ , cioè  $A_1$  e  $A_2$  complementari su  $V_p$ , la (3) dimostra che il carattere simultaneo di Riemann di  $A_1$  e  $A_2$  coincide con quello che altrove <sup>(2)</sup> abbiamo chiamato coefficiente di immersione di  $A_1$  o  $A_2$  su  $V_p$ . Seguono, allora, parecchie interessanti interpretazioni del significato di questo coefficiente di immersione.

<sup>(1)</sup> De Franchis, *Le varietà algebriche con infiniti integrali ellittici* (Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, tomo XXXVIII, 2° sem. 1914, pag. 192).

<sup>(2)</sup> Loc. cit. <sup>1)</sup>, a), III.



11. Come caso particolare delle (3) e (4) si ha immediatamente che:

*Se una  $V_p$  impura è priva di sistemi regolari isolati, detti  $k_1, h_1$  e  $q-1$  l'indice di singolarità, l'indice di moltiplicabilità e la dimensione di un suo qualsiasi sistema regolare puro, posto  $\frac{p}{q} = n$  (dove  $n$  risulta necessariamente intero), gli indici di singolarità e moltiplicabilità  $k$  e  $h$  di  $V_p$  sono dati dalle eguaglianze*

$$(6) \quad k = nk_1 + \frac{n(n-1)}{2} h_1 + \frac{(n-1)(n+2)}{2}$$

$$(7) \quad h = n^2(h_1 + 1) - 1.$$

Notisi che, per le ipotesi fatte, si ha inoltre  $k_1 < 2q - 1$  e  $h_1 < 2q$ .

Crediamo inutile trascrivere le formule che si hanno per una  $V_p$  impura qualsiasi, partendo da un suo gruppo fondamentale di sistemi puri. E tralasciamo pure alcune formule che riguardano il carattere simultaneo di una  $V_p$  e una  $V_{p'}$  impure.

12. Risulta già, dalle Note precedenti, che il problema della classificazione in tipi delle  $V_p$  impure, per ogni valore assegnato di  $p$ , ove si intenda di considerare come appartenenti a uno stesso tipo due  $V_p$  impure isomorfe, si riconduce a quello della classificazione delle  $V_p$  impure prive di sistemi regolari isolati.

Ebbene, per queste ultime in base a una conveniente inversione dell'ultimo teorema enunciato che risolve subito le quistioni di esistenza, il problema si riconduce a quello della determinazione dei vari tipi di  $V_q$  pure non isomorfe, essendo  $q$  un divisore di  $p$ , inferiore a  $p$ .

Quest'ultimo problema, per  $q = 1$ , è di risoluzione immediata; e per  $q = 2$  è stato implicitamente risoluto dal sig. Rosati. Dunque si ottengono subito i tipi di  $V_p$  impure, prive di sistemi regolari isolati, i cui sistemi puri o sono integrali ellittici, o sono sistemi  $\infty^1$  di integrali a 4 periodi.

Nel primo caso essi sono due, con gli indici  $k$  e  $h$  dati rispettivamente da

$$(I) \quad k = \frac{(p-1)(p+2)}{2}, \quad h = p^2 - 1$$

$$(II) \quad k = p^2 - 1, \quad h = 2p^2 - 1;$$

e si trovano descritti nella chiusa di una Nota precedente <sup>(1)</sup>; nel secondo caso (dove  $p$  è necessariamente pari) i tipi sono quattro, e per ciascun tipo gli indici  $k$  e  $h$  sono dati da

<sup>(1)</sup> Loc. cit. <sup>1)</sup>, d).

$$(I) \quad k = \frac{(p-2)(p+4)}{8}, \quad h = \frac{p^2}{4} - 1;$$

$$(II) \quad k = \frac{p^2 + 2p - 4}{4}, \quad h = \frac{p^2}{2} - 1;$$

$$(III) \quad k = \frac{p^2 - 2}{2}, \quad h = p^2 - 1;$$

$$(IV) \quad k = \frac{(p-1)(p+2)}{2}, \quad h = p^2 - 1.$$

13. Anche le  $V_3$  impure si possono classificare tutte, tenendo conto delle cose precedenti; si trovano 18 tipi, e per ogni tipo si caratterizzano nettamente, come nei casi precedenti, i sistemi regolari di integrali riducibili esistenti.

14. Relativamente ai caratteri  $k$ ,  $h$  e  $\lambda$ , quivi introdotti, vi è da osservare che, tranne per i valori più bassi di  $p$  e  $p'$ , *nessuno di essi può assumere tutti i valori di cui a priori sarebbe capace*, cioè tutti i valori interi soddisfacenti alle disequaglianze che vincolano  $k$ ,  $h$  e  $\lambda$ .

Così  $k$  per  $p=2$  può assumere i valori 0, 1, 2, 3, ma già per  $p=3$  non può assumere che i valori 0, 1, 2, 3, 4, 5, 8;  $h$  per  $p=1$  può essere 0 o 1, ma già per  $p=2$  non può assumere che i valori 0, 1, 2, 3, 7 (Rosati) e per  $p=3$  non può assumere che i valori 0, 1, 2, 3, 4, 5, 8, 9, 17; e  $\lambda$ , che per  $p=p'=1$  può essere 0, 1 o 2, già per  $p=1$  e  $p=2$  non può assumere che i valori 0, 1, 2, 4. E gli esempj potrebbero esser moltiplicati.

Determinare per tutti i valori di  $p$  o di  $p$  e  $p'$  tutte le lacune di  $k$ ,  $h$  e  $\lambda$  non è forse agevole. Ma sul proposito possiamo già dare delle indicazioni generali, a cui potremmo dare anche maggior precisione se non fosse che dovremmo entrare in considerazioni troppo minute.

Così, se  $p > 3$ , son certo delle lacune per  $k$  tutti i numeri della serie

$$(p-1)^2 + 1, (p-1)^2 + 2, \dots, p^2 - 2;$$

se  $p > 1$ , son certo delle lacune per  $h$  tutti i numeri della serie

$$2(p-1)^2 + 2, 2(p-1)^2 + 3, \dots, 2p^2 - 2;$$

e se  $p' \geq p$ , son certo delle lacune per  $\lambda$  tutti i numeri della serie

$$2p(p'-1) + 1, 2p(p'-1) + 2, \dots, 2pp' - 1.$$

Queste affermazioni si deducono abbastanza agevolmente da proposizioni di cui citiamo soltanto le più interessanti. Esse sono le seguenti:

Se una  $V_p$  impura, con i soliti indici  $k$  e  $h$ , possiede sistemi regolari isolati (nel qual caso ne contiene  $2^n - 2$ , con  $2 \leq n \leq p$ ), si ha

$$k \leq (p - n + 1)^2 + n - 2 \quad e \quad h \leq 2(p - n + 1)^2 + 2n - 3.$$

Se  $\lambda$  è il carattere simultaneo di Riemann di una  $V_p$  e una  $V_{p'}$ , secondo che  $V_p$  e  $V_{p'}$  sono entrambe pure (nel qual caso, ove sia  $\lambda > 0$ , è  $p = p'$ ), o sono la prima pura e la seconda impura, si ha  $\lambda \leq 2p$ , oppure  $\lambda \leq 2p'$ . Se sono entrambe impure, si ha  $\lambda = 2pp'$  quando, e solo quando,  $V_p$  e  $V_{p'}$  sono a indice di moltiplicabilità massimo; se sono entrambe impure, e almeno una non contiene integrali ellittici, si ha  $\lambda \leq pp'$ ; se sono entrambe impure, ed almeno una, supponiamo la  $V_{p'}$ , non è ad indice di moltiplicabilità massimo, si ha  $\lambda \leq 2p(p' - 1)$ .

Fisica. — *Intorno ad alcune particolarità del raggio verde.*

Nota di G. GUGLIELMO, presentata dal Socio P. BLASERNA.

Il così detto raggio verde (ossia i primi raggi del sole che incomincia a spuntare sull'orizzonte, e gli ultimi del sole che tramontando scompare, i quali di solito sono verdi o azzurri, spesso molto brillanti) è stato attribuito a tre cause diverse: la rifrazione e dispersione atmosferica, l'assorbimento atmosferico, una illusione ottica per effetto di contrasto.

La prima di queste cause, la cui azione non può esser messa in dubbio, è certamente la più importante, le altre due possono essere concomitanti e modificare la colorazione e forse la durata del raggio.

Il sole presso all'orizzonte, osservato con un cannocchiale di mediocre ingrandimento, e con una sufficiente diminuzione dello splendore, presenta sempre ben visibili un orlo rosso nella metà inferiore, e un orlo verde o azzurro nella metà superiore, orli che senza dubbio sono prodotti dalla rifrazione atmosferica che devia più i raggi verdi o azzurri che non i rossi. I raggi indaco violetto, e quelli ultravioletti più deviati dell'azzurro, sono completamente assorbiti quando il sole è presso l'orizzonte. L'orlo verde o azzurro, naturalmente, spunta prima, e tramonta dopo della parte bianca abbagliante del disco solare, producendo così il raggio verde.

F. Exner (*Pernter. Meteorologische Optik*, pag. 799), per spiegare la durata reale del raggio verde che di solito è maggiore di quella teorica, suppone che questo possa esser dovuto all'assorbimento dei raggi rossi prodotto dal vapor acqueo degli strati inferiori dell'atmosfera, dimodochè esso incomincierebbe a prodursi quando la parte bianca del disco solare non è ancora interamente tramontata. La colorazione così prodotta non sarebbe visibile quando lo è una gran parte del disco solare, sia perchè questa è troppo

abbagliante, sia perchè i raggi emessi dalla sua parte superiore attraversano meno obliquamente gli strati assorbenti.

Più probabile mi pare che questo assorbimento, quando si produce, sia dovuto a particelle minutissime di acqua o ghiaccio o pulviscolo, selezionate per effetto della gravità e della resistenza dell'aria in modo che in ogni strato abbiano uguali dimensioni.

Ho osservato varie volte (in condizioni simili) un effetto che pare dovuto a questa causa, (nell'ottobre del 1915), dal Bric della Croce, presso Torino, alto 700 metri circa sul livello del mare, mentre il sole tramontava dietro le Alpi alte circa 3000 metri; trenta secondi circa prima della totale scomparsa del sole, il segmento ancora visibile prese una tinta rosso-violacea uniforme e visibile anche nell'illuminazione circostante, ed essa andò diventando sempre più carica mentre il sole s'abbassava, finchè questo comparve producendo un raggio verde che invece era di colore decisamente azzurro, della durata di un secondo o meno.

Da queste osservazioni (non ne conosco altre) ed anche dalla causa presunta risulta che questo effetto è essenzialmente diverso dal raggio verde dovuto alla rifrazione atmosferica.

Recentemente A. W. Porter (*Nature*, vol. 94°, pag. 672; vol. 95°, pag. 194) attribuì il raggio verde ad un effetto fisiologico di contrasto ed ha eseguito esperienze con un sole artificiale rosso che confermerebbero questa spiegazione. Si è obiettato (*Nature*, vol. 95, pag. 8) che, appunto quando il sole è rosso, il raggio verde è debolissimo o manca del tutto, e che questo si osserva anche al sorgere del sole quando non vi può essere effetto di contrasto; inoltre effetti di questo genere dovrebbero essere confermati da molti osservatori, per evitare le illusioni personali.

Da molti anni ho avuto frequenti occasioni di osservare il raggio verde, più spesso al tramonto, dalle finestre del Gabinetto fisico dell'Università di Cagliari; spesso anche al sorgere del sole, dalle finestre dell'abitazione notturna, in condizioni piuttosto favorevoli perchè i punti d'osservazione erano alti circa 70 e 40 metri rispettivamente sulla pianura interposta, ed il sole sorgeva o tramontava dietro due linee di monti, lontane parecchie decine di chilometri, alte angolarmente da mezzo grado a due gradi e mezzo, dimodochè (sebbene fosse diminuita la rifrazione) erano molto diminuite l'opacità e la poca omogeneità che la vicinanza del suolo e della città produce negli strati inferiori dell'aria. L'omogeneità dell'atmosfera era dimostrata dalla grande e costante regolarità del contorno solare (<sup>1</sup>).

(<sup>1</sup>) Una sola volta, il 22 settembre 1912, osservai un effetto di miraggio. Dopo una giornata calma e calda, si era levato nel pomeriggio un fresco vento di maestrale che, suppongo, lasciava immobili ad ovest gli strati d'aria vicini al suolo e compresi fra due catene di montagne formanti come una conca. Quando l'orlo inferiore del disco solare si



In dicembre e in gennaio ho anche osservato il raggio verde quando il sole sorgeva sul mare. Il disco solare, in queste condizioni, appariva molto schiacciato: il diametro verticale era circa  $\frac{1}{5}$  di quello orizzontale, ed il contorno della metà inferiore era assai meno curvo di quello della metà superiore; il tutto parvemi in misura maggiore di quanto corrisponderebbe alla diminuzione regolare della rifrazione al crescere dell'altezza.

Ho fatto le osservazioni del raggio verde, talora con un binocolo a prismi d'ingrandimento 9 (col quale in buone condizioni, molto rare, erano appena visibili l'orlo rosso e l'orlo verde), talora con un piccolo cannocchiale d'ingrandimento 25, spesso anche con un cannocchiale di Steinheil con obbiettivo di 108 mm. di diametro e 163 cm. di distanza focale con ingrandimenti da 80 a 400, che rendevano visibili le particolarità dei suddetti orli colorati.

Siccome i soliti oculari di Huygens-Mittenzwey di questo cannocchiale erano imperfettamente acromatici presso gli orli del campo (dimodochè lo spessore degli orli colorati del disco solare appariva aumentato o diminuito a seconda della loro posizione nel campo stesso) quando volevo misurare questo spessore usai due oculari acromatici, simmetrici, con foco esterno, che producessero gl'ingrandimenti di 80 e 180 rispettivamente ed erano entrambi provvisti di micrometro oculare.

Nelle osservazioni dell'orlo verde o azzurro è necessario d'indebolire e regolare lo splendore abbagliante del disco solare, non soltanto per non affaticare l'occhio, ma anche perchè variano così il colore ed altre apparenze dell'orlo stesso; e son ricorso perciò ai soliti mezzi.

Talora essendo il sole piuttosto alto sull'orizzonte, ho proiettato la sua immagine ingrandita, prodotta dal cannocchiale, su di uno schermo bianco; più spesso, osservando direttamente l'immagine, ho limitato la parte libera dell'obbiettivo con dischi di cartone con fori di vario diametro, da 4 ad 1 centimetro, ed anche meno se l'ingrandimento era piccolo e l'immagine più brillante. Coi fori di minor diametro era difficile di trovare la più conveniente posizione dell'oculare, che poteva esser spostato senza che la

---

nascondeva già dietro i monti alti circa mezzo grado, osservai, al disopra e molto vicino all'orlo superiore, un segmento circolare, brillante come il sole stesso, alto circa  $\frac{1}{10}$  del diametro di questo, limitato superiormente dalla corda orizzontale, ed inferiormente dall'arco, che aveva un orlo verde, affatto uguale a quello dell'adiacente contorno solare.

A misura che il sole s'abbassava, questo segmento diminuiva d'ampiezza, perchè, mentre la corda rimaneva alla stessa altezza, l'arco s'innalzava sino a che spari producendo un raggio verde della solita durata. Questo segmento era senza dubbio l'immagine della parte superiore del disco solare, prodotta per riflessione (intensa, perchè totale o molto obliqua) o per rifrazione sulla superficie di separazione fra l'aria calda della valle e l'aria fresca degli strati superiori, superficie che era più alta del luogo dell'osservazione.

nitidezza delle immagini variesse in modo notevole (<sup>1</sup>); e perciò questa posizione era determinata coll'obbiettivo interamente scoperto, osservando oggetti lontani.

Mi sono anche servito di un oculare polarizzatore semplificato, cioè munito di due soli specchi di vetro nero, uno anteriore che riceveva i raggi solari sotto l'angolo di polarizzazione totale, l'altro che riceveva i raggi riflessi pure sotto lo stesso angolo e poteva rotare attorno al raggio centrale; l'oculare, completo e più comodo, di Merz, con la quadruplica riflessione a 45°, indeboliva troppo l'immagine del sole presso all'orizzonte.

Se il sole è ancora un po' alto sull'orizzonte (più di 5°) e molto brillante, e se l'immagine viene proiettata sullo schermo, l'orlo superiore appare verde con un po' d'azzurro all'esterno; se, invece, nelle stesse condizioni si osserva direttamente il sole senza diminuirne troppo lo splendore, l'orlo appare azzurro, ed il verde è invisibile. È chiaro che nel primo caso l'orlo azzurro è poco visibile perchè troppo debole; nel secondo caso è invisibile l'orlo verde perchè troppo debole rispetto all'adiacente ed abbagliante parte bianca del disco solare.

A misura che il sole s'abbassa sull'orizzonte, la parte azzurra dell'orlo diviene meno visibile anche coll'osservazione diretta; ed in estate finisce con lo scomparire del tutto, mentre diviene sempre più visibile quella verde.

La parte azzurra dell'orlo è sfumata verso l'esterno, senza contorni decisi. La parte verde ha contorni decisi: si presenta come uno strato di liquido verde galleggiante sulla parte bianca sottostante, ed in continuo movimento. Si formano onde che si muovono nel senso del vento ed hanno l'apparenza di quelle che si osservano in una spiaggia marina: si osservano anche nuclei rotondi a modo di gocce ed inoltre si producono intagli che penetrano un poco nella parte bianca e che si muovono propagandosi sempre verso l'alto e diventando più profondi, finchè, giunti alla sommità, un segmento dell'orlo verde si stacca e s'innalza dileguandosi.

Questi movimenti, che aumentano a misura che il sole s'avvicina all'orizzonte, fanno sì che lo spessore dell'orlo verde sia continuamente variabile, anche perchè la colorazione ora si diluisce estendendosi, ora si concentra restringendosi. Nelle condizioni in cui osservavo, questo spessore, nell'immagine prodotta dall'obbiettivo di 163 cm. di distanza focale, era di circa 0,1 mm. ossia 12"; qualche volta, anche due o tre volte di più, quando l'orlo suddetto era vicinissimo alla linea dei monti e la sua agitazione era maggiore

(<sup>1</sup>) Questa profondità di foco dei cannocchiali con obbiettivo di piccolo diametro e con lunga distanza focale (principale o solo coniugata), notevole specialmente con deboli oculari, può riuscire utile in molti apparecchi di fisica, quando occorra osservare simultaneamente oggetti situati a distanze diverse (p. es. due termometri in ambienti diversi, oppure un indice sopra una scala un po' distante da esso, ecc.).

Circostanze finora non bene spiegate del raggio verde sono: la colorazione varia dal verde all'azzurro; la varia intensità, talora notevole, talora pressochè nulla; e la durata, di solito maggiore di quella teorica dedotta dagl'indici di rifrazione dei varî colori e di quella che corrisponde allo spessore osservato dell'orlo verde.

Il fatto che l'orlo azzurro è ben visibile quando il sole è ancora un pò alto sull'orizzonte, e va indebolendosi e spesso scompare quando il sole è molto basso, prova che tale indebolimento e tale scomparsa (e quindi la colorazione verde dell'orlo e del raggio estremo) sono dovuti all'assorbimento atmosferico, prodotto sui raggi solari dagli strati inferiori dell'atmosfera, dei quali lo spessore attraversato dai raggi cresce quando il sole s'abbassa verso l'orizzonte.

Solitamente (ma non sempre) d'estate, allorchè la quantità di vapore contenuta nell'aria era maggiore, l'orlo superiore del sole presso all'orizzonte ed il raggio ultimo erano decisamente verdi, mentre nelle altre stagioni erano più o meno azzurri, tuttavia non credo che l'assorbimento sia prodotto dal vapor acqueo perchè la quantità di questo si può dedurre con molta approssimazione dalla temperatura e dal grado di umidità, e non era in relazione costante colle colorazioni suddette.

Siccome i raggi del sole presso l'orizzonte subiscono sempre la rifrazione atmosferica, le cui variazioni in uno stesso luogo sono relativamente molto piccole, sarebbe da credere che il raggio verde dovrebbe prodursi sempre con la stessa intensità relativamente allo splendore del sole, mentre avviene talora che in condizioni favorevoli, cioè con aria limpida e sole bianco e brillante, il raggio verde sia sbiadito, appena visibile, mentre avviene anche che, in condizioni che si direbbero sfavorevoli, così l'orlo verde come il raggio verde, specialmente se osservati con un cannocchiale, abbiano una bellissima colorazione.

È chiaro che varie cause possono influire sull'intensità del raggio verde: il soverchio splendore del sole, affaticando l'occhio, può far apparire meno intenso il raggio verde; lo splendore dell'atmosfera nel punto ove esso si produce può diluirlo e renderlo meno evidente; le particelle di pulviscolo possono avere tali dimensioni da assorbire appunto quei raggi di cui si compone; finalmente, a causa del movimento dell'orlo verde, può avvenire che esso, nell'istante in cui si produce il raggio verde, abbia uno spessore minimo o colorazione diluita che ne diminuiscano l'intensità. Non pare che la latitudine abbia influenza sul raggio verde, poichè esso è stato osservato così nel mare del Nord come nel mediterraneo meridionale. Invece, siccome è stato osservato sul mare o dal mare o in sua vicinanza, si potrebbe credere che questo vi influisca, forse come suppone F. Exner (loc. cit.), per l'abbondanza di vapor acqueo.



Sebbene le mie osservazioni siano state fatte quasi tutte in vicinanza del mare, pure ho avuto occasione di osservare il raggio verde (di colore decisamente azzurro, della durata di 2 secondi, da Firenze mentre il sole tramontava dietro una collina lontana circa 100 km. dal mare; e, come ho già detto, l'ho osservato a Torino, mentre il sole tramontava dietro monti lontani dal mare migliaia di chilometri nella direzione del raggio e dove l'atmosfera doveva contenere assai poco vapore.

W. A. Julius (*Archives des sciences néerlandaises*, série II, tome IV) suppone che la lunga durata del raggio verde, spesso molto maggiore di quella teorica, sia dovuta ad una rifrazione anomala dei raggi verdi negli strati inferiori dell'atmosfera: raggi che, in proporzione col grado di ionizzazione atmosferica, subirebbero una deviazione molto maggiore di quella normale. Sebbene io abbia cercato in molti modi di constatare l'influenza di questa causa sul raggio e sull'orlo verde, non vi sono riuscito, forse per mancanza di opportuni apparecchi, ma anche — credo — perchè tale influenza, se esiste, non è essenziale.

Con un prisma obbiettivo con angolo dispersivo di  $10^\circ$ , collocato dinanzi all'obbiettivo del cannocchiale, la dispersione ottenuta era troppo grande, rispetto a quella atmosferica; e così pure avveniva con uno oculare spettroscopico.

Con un disco di cartoncino perforato Bristol, collocato dinanzi all'obbiettivo come consiglia lo Henry (*Comptes rendus*, vol. 112°, pag. 377), si otteneva per diffrazione un effetto troppo complesso; e così pure, sebbene in grado molto minore, con un reticolo di diffrazione formato con fili di acciaio di 1 mm. di diametro, fra i quali, alle estremità, erano interposti corti tratti dello stesso filo producenti intervalli di 1 mm.

Ho costruito in seguito un prisma ad acqua con angolo dispersivo piccolissimo, tale che la distanza angolare delle righe C ed F fosse uguale a quella prodotta dalla dispersione atmosferica. Due lamine di vetro di 4 cm. di lato, a faccie otticamente piane e parallele, erano sovrapposte in modo che fossero a contatto secondo uno dei lati e fossero separate lungo il lato opposto da due tratti di filo di rame, spesso 0,4 oppure 0,5 mm.; esse erano masticate agli orli, lasciando un foro per il quale veniva introdotta fra mezzo l'acqua distillata.

Adattato questo prisma entro un foro quadrato in un disco di cartone spesso e collocato dinanzi all'obbiettivo, se lo spigolo era verticale, la dispersione orizzontale del prisma e quella verticale dell'atmosfera si componevano, producendo gli orli opposti rosso e verde nel contorno del sole a  $45^\circ$ , mentre una dispersione anomala notevole dei raggi verdi avrebbe dovuto spostare sensibilmente l'orlo verde verso l'alto.

Disposto orizzontalmente ed in basso lo spigolo del prisma, in modo che le dispersioni del prisma e dell'atmosfera fossero opposte, essendo il sole alto



circa  $5^{\circ}$  sull'orizzonte. l'orlo superiore del sole appariva rosso. quello inferiore verde o azzurro, entrambi sottili; a misura che il sole s'abbassava, comparivano corti tratti verdi nell'orlo superiore, rossi in quello inferiore, variabili, e i due orli avevano all'incirca la stessa apparenza quando il sole era presso l'orizzonte, ciò che prova l'uguaglianza delle due dispersioni.

Notevole era anche, che mentre osservando col cannocchiale, senza il prisma, il contorno della parte bianca del sole in alto e in basso appariva tutto corroso, dentellato, sforacchiato, col prisma appariva continuo e regolare, dimodochè il prisma stesso giovava non poco a migliorare l'immagine degli astri presso all'orizzonte.

Credo che varie cause possano produrre la durata eccezionale del raggio verde.

Il movimento ondoso dell'orlo verde ne fa variare continuamente lo spessore, e può quindi produrre un aumento o una diminuzione del raggio verde, e di solito sorprende di più l'aumento. Similmente, se il sole tramonta (o sorge) nel mare, il moto della superficie di questo, sollevantesi e abbassantesi per effetto di onde che possono essere invisibili ad occhio nudo e senza un punto fisso di riferimento, può causare un aumento o una diminuzione della suddetta durata.

È anche possibile che, per effetto di più masse d'aria aventi alternativamente densità maggiori e minori di quella media, il raggio che le attraversa subisca una rifrazione e quindi una dispersione maggiore di quella teorica, che corrisponde ad una variazione regolare della densità coll'altezza. Così si spiegherebbero certe deformazioni del contorno solare, la sua ellitticità talora maggiore, la curvatura inferiore minore di quelle teoriche.

Finalmente, se il sole tramonta dietro una linea di monti, è chiaro che la durata del raggio verde sarà minima se essa linea, nel punto ove esso si produce, è perpendicolare al moto del sole; e sarà grandemente aumentata se gli è parallela. In queste ultime condizioni ho osservato durate di circa 10 secondi.

Il raggio verde (o rosso) si può produrre artificialmente e ripetutamente a varie altezze coprendo metà del foro del diaframma di campo (sul quale si colloca il micrometro oculare) con uno schermo opaco ad orlo diametrale, e dirigendo il cannocchiale in modo che il sole vada a scomparire o comparire dietro questo orlo. Le durate del raggio verde così prodotte sono all'incirca uguali a quelle che si osservano nel raggio verde all'orizzonte.

**Meteorologia.** — *Sulla meteorologia di Napoli* <sup>(1)</sup>. Nota di MARYA KAHANOWICZ, presentata dal Corrispondente M. CANTONE.

Dalle osservazioni meteorologiche <sup>(2)</sup>, eseguite nell'Istituto di fisica terrestre della R. Università di Napoli nel quinquennio 1910-1915, si deduce, a base delle medie mensili riportate nelle tabelle I e II, il seguente andamento annuo per i singoli elementi meteorologici:

La *pressione atmosferica* presenta, durante l'anno, tre massimi e tre minimi: un massimo in febbraio col minimo in aprile, un massimo in ottobre col minimo in dicembre ed un massimo secondario in giugno col minimo secondario in luglio. I due massimi principali sono di uguale altezza; invece il primo minimo principale è il più profondo. Le ampiezze delle due oscillazioni principali sono, in media, di 3,0 e di 1,0 mm. rispettivamente; l'ampiezza dell'oscillazione secondaria è di 0,6 mm. Le spezzate dei singoli anni ci conducono alla conclusione, che gennaio presenta i più alti massimi barometrici e i più bassi minimi barometrici; luglio e agosto presentano i più bassi massimi barometrici e i più alti minimi barometrici. In generale massimi barometrici si riscontrano nei mesi di gennaio, febbraio, novembre e dicembre; minimi barometrici si riscontrano in tutto l'anno, ad eccezione dei mesi di luglio, agosto e settembre, nei quali la pressione si mantiene nello stato di pressione livellata.

La *temperatura* media diurna presenta durante l'anno un sol massimo in agosto ed un sol minimo in gennaio. La tendenza verso il massimo procede più lentamente della tendenza verso il minimo; la primavera è più fredda dell'autunno.

Si notano i seguenti scostamenti dall'andamento medio: negli anni 1911 e 1913, nei quali la media annua superò la media annua quinquennale, febbraio è stato più freddo di gennaio, e ciò perchè il minimo annuo assoluto fu raggiunto in febbraio; negli anni 1910 e 1914, nei quali la media annua si è mantenuta inferiore alla media annua quinquennale, il massimo annuo assoluto fu raggiunto in luglio. Se ne conclude che negli anni con temperature alte il minimo annuo viene raggiunto in febbraio, il massimo in agosto; negli anni con temperature basse il minimo annuo è raggiunto in gennaio, il massimo in luglio.

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di fisica terrestre della R. Università di Napoli.

(2) I risultati di queste osservazioni vengono pubblicate anno per anno, con le rispettive medie decadiche e mensili. (Tipografia De Rubertis, Napoli, Rampe di S. Marcellino).

TABELLA I.

Mese	Temperatura centigrada							Tensione del vapore in millimetri			Umidità relativa			Evaporaz. in millim.	Nebulosità			Acqua caduta					
	Media diurna	Deviazione media	Brore medio (1)	Massima media	Minima media	Massima assoluta	Minima assoluta	9 <sup>a</sup>	15 <sup>b</sup>	21 <sup>b</sup>	9 <sup>b</sup>	15 <sup>a</sup>	21 <sup>a</sup>		9 <sup>a</sup> —9 <sup>b</sup>	6 <sup>a</sup>	13 <sup>a</sup>	21 <sup>a</sup>	Quantità in 24 ore in mm.	Abbondanza relativa	Frequenza relativa	Durata in minuti	Intensità (2)
Gennaio . . .	9.3	1.0	0.4	12.9	6.6	16.6	2.2	5.8	5.9	5.9	67.3	58.6	68.2	37.9	6.3	6.3	4.5	91.8	10%	14	55.6	36	
Febbraio . . .	10.2	1.3	0.5	14.0	7.2	18.4	2.3	6.1	6.1	6.3	66.0	55.7	68.7	37.8	6.1	6.2	4.1	69.0	8 "	11	38.49	34	
Marzo . . .	12.5	0.6	0.2	16.5	9.2	21.8	3.9	6.8	6.7	7.2	61.9	53.6	68.9	53.6	6.1	5.7	4.1	58.1	7 "	11	32.10	33	
Aprile . . .	14.4	0.8	0.4	18.6	10.9	24.4	6.3	7.4	7.4	8.1	59.3	53.3	69.1	63.7	5.8	5.9	4.1	71.0	8 "	11	30.36	26	
Maggio . . .	17.9	0.5	0.2	22.2	14.3	27.8	10.0	9.4	9.1	9.9	61.3	52.8	69.5	77.8	6.3	5.4	3.9	64.6	7 "	13	28.35	26	
Giugno . . .	21.4	0.6	0.2	25.9	17.5	30.1	14.3	11.6	11.8	12.2	60.8	55.6	68.1	89.8	4.8	4.5	2.5	48.4	5 "	6	10.6	13	
Luglio . . .	23.9	1.2	0.4	28.4	19.7	32.9	16.8	12.7	12.6	13.2	58.2	50.5	64.6	108.1	4.7	4.1	2.0	20.0	2 "	4	4.2	12	
Agosto . . .	24.2	1.0	0.4	29.0	20.1	32.6	18.0	13.2	13.1	14.0	58.1	50.1	66.7	108.4	3.9	3.7	2.7	23.4	3 "	5	5.42	14	
Settembre . . .	21.1	1.6	0.6	25.5	17.5	29.8	12.8	11.7	11.4	12.1	61.1	51.5	68.7	87.3	5.1	5.3	3.1	97.3	11 "	9	23.35	15	
Ottobre . . .	18.2	1.0	0.4	22.4	14.5	27.5	11.4	10.2	10.2	10.4	64.4	56.8	70.7	65.9	5.0	5.3	3.9	115.1	13 "	8	21.41	11	
Novembre . . .	13.4	1.7	0.7	17.5	10.8	21.0	6.2	8.0	8.0	7.9	68.6	60.2	69.7	43.5	6.5	6.3	4.7	125.0	14 "	14	37.43	18	
Dicembre . . .	11.8	0.6	0.2	15.0	9.0	19.6	4.9	7.3	7.2	7.3	69.9	62.7	71.4	36.4	6.1	6.8	4.8	109.6	12 "	14	50.46	28	
Anno . . . . .	16.5	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	895.0	"	"	"	"	"

(1) L'errore medio è calcolato colla regola di Fechner.

(2) Durata in minuti corrispondente al millimetro di altezza.

La *tensione del vapore*, l'*umidità relativa*, l'*evaporazione* e la *nebulosità* presentano, come la temperatura, una semplice oscillazione annua. Pare che si accennino dei minimi e massimi secondarii nell'andamento dell'*umidità relativa* e della *nebulosità*.

La media mensile dell'altezza della *pioggia* sul suolo caduta nelle 24 ore, la sua media durata mensile e la sua intensità (numero di mm. al minuto) presentano una doppia oscillazione annua. Novembre risulta il mese più piovoso; in ottobre cadono le piogge più intense. La somma annua si è mantenuta superiore alla somma annua quinquennale negli anni 1910 e 1914, nei quali si notò un alto grado di nebulosità, ed inferiore a detta somma negli anni 1911 e 1913, nei quali si notò un basso grado di nebulosità.

Le direzioni predominanti del *vento inferiore* sono quelle di SW e di NE, e le frequenze di questi due venti sono distribuite nei diversi mesi in modo che in marzo e in settembre le loro frequenze sono presso a poco uguali, da aprile ad agosto la frequenza del vento SW supera quella del vento NE e da ottobre a febbraio la frequenza del vento NE supera quella del vento SW. Nel periodo aprile agosto diventano frequenti anche gli altri venti del 3° quadrante, precisamente i venti SSW e S; nel periodo ottobre-febbraio è anche frequente il vento N. In media la somma delle frequenze dei venti del 3° quadrante nei mesi del periodo marzo-agosto, contati da marzo, è uguale alla somma delle frequenze dei venti del 1° quadrante nei mesi del periodo settembre-febbraio, contati da settembre. I mesi degli equinozii costituiscono i periodi dell'inversione dei venti, determinando il predominio dei venti del 3° quadrante per la primavera e l'estate e dei venti del 1° quadrante per l'autunno e l'inverno. Venti, la cui velocità supera i 5 metri al secondo (20 km. all'ora) sono poco frequenti; solo in marzo il vento raggiunge talvolta la intensità di 13 metri al secondo.

\* \*

La tripla oscillazione annua riscontrata nella pressione va d'accordo con la legge Schiaparelli-Celoria <sup>(1)</sup> e Ragona <sup>(2)</sup>, secondo la quale tre massimi e tre minimi di pressione durante l'anno costituiscono una legge naturale per l'Italia, da essi constatata per Trieste, Milano, Bologna e Palermo, e per Napoli confermata dall'Alberti <sup>(3)</sup>. Questo fatto, e la considerazione che è regolare l'andamento che si riscontra anche negli altri elementi, ci portano a concludere che, per Napoli, con soli cinque anni di osservazioni meteorologiche si arriva a determinare l'andamento annuo degli elementi.

<sup>(1)</sup> *Sulle variazioni periodiche del Barometro nel clima di Milano* (in Supplemento alla « Meteorologia italiana » del 1867, pag. 121).

<sup>(2)</sup> *Andamento annuale della pressione atmosferica* (in Supplemento alla « Meteorologia italiana », fascicolo II 1877).

<sup>(3)</sup> *Sul clima di Napoli* (in « Atti del R. Istituto d'incoraggiamento di Napoli », serie V, vol. III, n. 4).



TABELLA II.

MESE	Pressione barometrica a 0° (*) millimetri 700 +					Frequenza del vento osservato 3 volte al giorno															Frequenza dei venti con velocità > 5 metri al secondo									
	9 <sup>a</sup>	15 <sup>a</sup>	21 <sup>a</sup>	Deviazione media	Errore medio (1)	Massima assoluta	Minima assoluta	N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW	Calma	6m	7m	8m	9m	10m	13m
Gennaio . . .	60.8	60.1	60.7	1.3	0.5	71.7	46.3	23	6	27	2	2	—	3	—	5	3	8	1	4	1	6	1	1	1	1	1	—	—	—
Febbraio . .	61.5	60.6	61.3	1.9	0.8	71.1	47.1	12	5	24	2	2	—	3	—	9	3	12	2	3	—	6	1	3	2	2	1	—	1	—
Marzo . . .	60.4	59.6	60.7	2.0	0.8	68.9	48.5	8	1	23	1	3	—	4	—	5	6	24	1	5	—	9	—	3	3	1	1	—	1	1
Aprile . . .	58.4	57.6	58.1	1.4	0.6	65.9	46.9	4	2	18	1	3	—	4	1	5	7	29	1	4	1	9	1	2	2	2	1	—	—	—
Maggio . . .	58.3	57.8	58.4	1.6	0.6	64.6	49.4	5	1	12	2	3	1	3	1	10	9	28	2	4	2	8	1	2	1	1	1	—	—	—
Giugno . . .	59.5	59.1	59.5	1.3	0.5	64.7	48.6	5	3	8	2	1	2	2	—	13	11	26	2	6	1	6	1	3	1	1	—	—	—	—
Luglio . . .	58.9	58.5	58.9	0.9	0.4	63.4	53.9	5	1	7	4	2	1	2	—	10	12	29	3	4	1	7	1	3	2	—	1	—	—	—
Agosto . . .	59.7	59.4	59.6	0.4	0.2	63.5	53.9	7	1	11	—	4	1	5	—	12	9	23	2	5	4	6	1	3	1	—	—	—	—	—
Settembre .	60.0	59.4	60.0	0.5	0.2	65.4	51.4	5	2	23	1	3	—	5	—	6	3	24	1	2	1	10	—	2	1	—	—	—	—	—
Ottobre ; . .	61.5	60.6	61.3	0.7	0.3	67.7	51.4	8	2	33	—	1	—	3	1	5	2	23	1	2	—	8	—	2	1	—	1	—	—	—
Novembre . .	60.5	59.6	60.4	1.6	0.6	69.8	47.4	15	3	29	1	1	—	1	—	5	3	16	1	2	2	11	—	1	1	1	1	—	—	—
Dicembre . .	60.4	59.6	60.4	2.5	1.0	69.7	49.2	20	4	25	1	1	—	2	1	6	3	15	—	1	1	10	1	2	2	1	1	—	—	—

(\*) Altitudine 25 metri sul mare.  
 (1) L'errore medio è calcolato colla regola di Fechner.

La piccola oscillazione annua della temperatura, lo spostamento dell'epoca degli estremi annui di temperatura rispetto all'epoca degli solstizii, l'autunno più caldo della primavera, le piogge autunnali ed invernali, danno al clima di Napoli il carattere del clima marittimo. Però l'andamento complicato della pressione costituisce il primo indizio, che si tratta di un paese costiero, ove il continuo scambio di calore fra la terra e il mare modifica essenzialmente l'andamento degli elementi. Una grande influenza sul detto andamento esercita la posizione orografica del paese. Certo, è singolare il fatto che in un periodo breve, come un quinquennio, pare che si distinguano due tipi di clima: un tipo (anni 1911 e 1913) caratterizzato da alte temperature, basso grado di nebulosità, relativa scarsezza di pioggia, con oscillazione annua di temperatura piuttosto forte e con un notevole ritardo nell'epoca degli estremi annui di temperatura rispetto all'epoca dei solstizii: ed un tipo (1910 e 1914) caratterizzato da basse temperature, alto grado di nebulosità, ricchezza di pioggia, una relativamente minore oscillazione annua di temperatura ed un relativamente minore ritardo nell'epoca degli estremi annui di temperatura <sup>(1)</sup>. Però in entrambi i tipi si vede la coadiuvazione dei due fattori, terra e mare. Così nel primo tipo, che si avvicina di più al tipo continentale, gli estremi annui di temperatura hanno luogo rispettivamente in febbraio e agosto, come sull'oceano; nel 2° tipo, che sembrerebbe avvicinarsi di più al tipo marittimo, gli estremi annui di temperatura hanno luogo rispettivamente in gennaio e luglio, come sul continente. Credo che, nelle linee generali, si potrebbe dare la seguente spiegazione del complicato meccanismo naturale, che determina la meteorologia di Napoli:

Sappiamo che il principale fattore meteorologico, che determina l'andamento di tutti gli altri, è la temperatura dell'aria, la quale a sua volta è determinata in primo luogo dallo strato sottostante (terra o mare). Il maggiore riscaldamento della terra rispetto all'acqua, in primavera ed in estate, stabilisce un sistema di correnti dal mare sul suolo (brezza marina). Per la posizione geografica di Napoli, queste correnti devono essere dirette dal 3° quadrante, formando, come abbiamo visto, i venti SW, S e SSW. In autunno e inverno, quando la terra si raffredda più del mare, si stabilisce un sistema di correnti dalla terra sul mare (brezza terrestre), che per la posizione geografica di Napoli partono dal 1° quadrante, formando, come abbiamo visto, i venti NE e N. Così il vento SW, che dovrebbe spirare a Napoli tutto l'anno per effetto della circolazione generale dell'atmosfera nella

(1) L'anno 1912 è stato escluso da queste considerazioni, perchè vi fu constatato un andamento anomalo nella temperatura e nella nebulosità nei mesi estivi, anomalia che, come è noto, fu attribuita allo sparpagliamento della radiazione solare prodotto dallo strato di pulviscolo che si formò nell'alta atmosfera in seguito alle eruzioni vulcaniche di quel periodo.

zona temperata boreale, viene ad essere deviato, per effetto del gradiente termico che si stabilisce fra la terra e il mare, verso S nella brezza marina, e viene ad essere invertito in venti NE e N nella brezza terrestre. Degli altri venti presenta una relativa frequenza il vento NW, diretto contro il gradiente. Tutti gli altri venti, di frequenza trascurabile, sono dovuti alla formazione di aree cicloniche ed anticicloniche secondarie.

Per la posizione orografica di Napoli, questa distribuzione dei venti produce un effetto ulteriore sulla distribuzione della temperatura, imprimendo a questa un andamento molto moderato. Se il vento marino in estate non permette lo sviluppo di temperature molto alte, le colline che circondano la città dai lati E e N (la catena dei monti tra il Vomero e Capodimonte) fanno ripiegare in alto i venti freddi di questo quadrante, non permettendo in questo modo in inverno lo sviluppo di temperature molto basse. L'andamento mite della temperatura è determinato quindi, in primo luogo, dalla posizione geografica di Napoli, come paese costiero, ed in secondo luogo dalla sua posizione orografica. In questo modo la posizione orografica concorre, insieme col mare, a mantenere una forte evaporazione ed una forte umidità. L'elemento orografico produce ancora ulteriori effetti sulla distribuzione delle precipitazioni. Costretti a ripiegare in alto, i venti danno luogo, per espansione adiabatica, alla condensazione. Infatti abbiamo visto che la maggiore quantità di precipitazioni si ha in ottobre, novembre, dicembre, gennaio e aprile, cioè nei mesi con minimi barometrici, il che dimostra che le piogge a Napoli sono in massima parte di natura ciclonale, come del resto avviene in tutta la zona temperata. Esse saranno quindi in massima quantità in autunno e inverno, quando dominano i venti freddi del 1° quadrante. Ma nemmeno la primavera sarà scarsa di piogge, poichè anche in primavera, benchè diventi predominante il vento SW, resta ancora forte il dominio del vento NE. Scarsezza di piogge si avrà solo in estate, quando diventa raro il vento NE, ed il minimo di luglio corrisponde alla minima frequenza di questo vento in questo mese. Però anche in questa stagione non si avrà siccità assoluta, sia per le piogge che accompagnano i temporali a pressione livellata, che si formano per cause locali, sia perchè anche il vento SW, obbligato dal Vesuvio e dai monti della penisola Sorrentina a piegare in alto, può dare luogo a piogge per espansione adiabatica.

Nel periodo in cui domina il vento SW, dovuto alla circolazione totale dell'atmosfera, la pressione è livellata, cioè non ci sono nè forti massimi, nè forti minimi barometrici, e la pressione media varia poco col tempo. Infatti, nei mesi di luglio agosto e settembre la pressione presenta un andamento quasi uniforme: le aree anticicloniche sono le più basse; le aree cicloniche sono le più alte. A misura che il vento si sposta da questa direzione sotto l'azione termica del continente, la pressione si scosta dall'andamento uniforme, con una tendenza per un andamento crescente o decrescente. I mas-

simi di pressione corrispondono al minimo gradiente termico, e si hanno in febbraio e ottobre, cioè quando la temperatura del mare raggiunge i valori annui estremi. I minimi di pressione corrispondono al massimo gradiente, e si hanno in aprile e dicembre, quando la terra, riscaldandosi nel primo caso e raffreddandosi nel secondo caso più rapidamente del mare, presenta la massima differenza di temperatura rispetto al mare. In quanto all'inflessione in giugno, questa corrisponde al minimo gradiente termico tra l'equatore e il polo, gradiente che si ha nel solstizio d'estate; il minimo di luglio corrisponde al brusco incremento che in questo mese subisce il detto gradiente.

Geofisica. — *Teoria generale delle onde propagate sulla superficie piana di un solido elastico.* Nota di LUIGI DE MARCHI, presentata dal Socio T. LEVI-CIVITA.

### 1. Le equazioni generali dell'elasticità

$$(1) \quad l \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \frac{\partial \theta}{\partial x} + \mu \Delta_x u$$

e analoghe per  $v, w$ , dove

$$\theta = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$$

sono soddisfatte da integrali del tipo

$$u = c_1 e^{\sigma} \quad v = c_2 e^{\sigma} \quad w = c_3 e^{\sigma}$$

ove  $\sigma = lx + my + nz - pt$ , essendo  $c_1, c_2, c_3, l, m, n, p$  costanti reali, o immaginarie, o complesse.

Assumiamo come piano  $xy$  il piano superficiale, e l'asse delle  $z$  diretto verso l'interno del solido, con l'origine in un punto qualunque della superficie che, nel caso dell'applicazione alle onde sismiche, potrà essere l'epicentro. Volendo che gli integrali  $u, v, w$  non crescano indefinitamente col crescere di  $xy$  tanto in direzione positiva quanto in direzione negativa, dobbiamo assumere le costanti  $l, m$  come immaginarie. La costante  $p$  può essere complessa; e volendo che gli integrali si mantengano finiti per tutti i valori di  $t$ , la parte reale  $-q$  dovrà essere negativa. Allora entra nelle espressioni di  $u, v, w$  un fattore  $e^{-qt}$  che rappresenta uno smorzamento, col tempo, della deformazione elastica. Trascuriamo per ora questo smorzamento, ponendo  $q = 0$ .



Se anche  $n$  si suppone imaginaria, gli integrali ci rappresentano le vibrazioni elastiche comuni. Lord Rayleigh <sup>(1)</sup> considera invece un'onda che sia provocata da una deformazione iniziale della superficie e si propaghi su questa, attenuandosi rapidamente con la profondità, come le onde in acqua molto profonda.

Considerando il caso di un solido indefinito, egli pone perciò  $n$  reale e negativa, dicendo che lo studio più generale delle onde superficiali di una lastra di spessore finito a facce piane parallele non lo condusse a risultati degni di rilievo.

Per le applicazioni alle onde sismiche principali, che ci riserviamo di studiare in una Memoria successiva si deve però considerare questo caso più generale, sia perchè ora si ammette l'esistenza di una crosta terrestre, separata dal nucleo centrale da uno strato magmatico, sia perchè si deve ammettere che nella regione ipocentrica, dove ha origine la perturbazione sismica (che è generalmente non molto profonda e può essere molto estesa), si mantengano per un certo tempo delle vibrazioni propagantisi dal basso all'alto.

La trattazione del caso generale permette inoltre una formulazione molto più semplice e simmetrica dei risultati.

2. Poniamo quindi

$$\pm i\sigma = \pm i(\alpha x + \beta y - \varepsilon t) ; n = \pm \gamma$$

dove  $\alpha, \beta, \gamma, \varepsilon$  sono costanti positive. Possiamo semplificare le formole disponendo l'asse delle  $x$  nella direzione di propagazione, con una rotazione degli assi  $x, y$  per la quale  $\beta = 0$ . Gli integrali più generali delle equazioni (1)

$$(2) \quad u = A_1 e^{\gamma z} e^{i\sigma} + A_2 e^{-\gamma z} e^{i\sigma} + A_3 e^{\gamma z} e^{-i\sigma} + A_4 e^{-\gamma z} e^{-i\sigma}$$

e analoghi, sono quindi funzioni indipendenti da  $y$ , e tale è anche  $\theta$ . La equazione dell'elasticità relativa alla componente  $v$  assume quindi una forma propria

$$(1)^{\text{bis}} \quad \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \mu \Delta_z v$$

e noi possiamo perciò studiare separatamente la componente della deformazione nel piano verticale ( $xz$ ) di propagazione, dalla componente nel piano verticale ( $yz$ ) normale ad esso.

Consideriamo anzitutto la prima componente ( $uw$ ).

<sup>(1)</sup> Rayleigh (Lord), *On waves propagated along the plane surface of an elastic solid*. Scient. Papers, II, pag. 441.

Le costanti  $A_r$  possono essere numeri complessi; ma, volendo che  $u w$  si conservino reali, si dimostra facilmente che le (2) sono della forma

$$\begin{aligned} u &= (A_{11} e^{\gamma z} + A_{12} e^{-\gamma z}) \cos \sigma + (A_{21} e^{\gamma z} + A_{22} e^{-\gamma z}) \sin \sigma \\ w &= (C_{11} e^{\gamma z} + C_{12} e^{-\gamma z}) \cos \sigma + (C_{21} e^{\gamma z} + C_{22} e^{-\gamma z}) \sin \sigma \end{aligned}$$

essendo le  $A_{rs}$   $C_{rs}$  costanti reali.

Indichiamo con  $C, S$  il coseno e il seno iperbolico dell'argomento  $\gamma z$  ( $C = \frac{1}{2}(e^{\gamma z} + e^{-\gamma z})$ ,  $S = \frac{1}{2}(e^{\gamma z} - e^{-\gamma z})$ ): gli integrali si possono allora scrivere sotto la forma

$$(3) \quad \begin{cases} u = (aC + bS) \cos \sigma + (cC + dS) \sin \sigma \\ w = (a'C + b'S) \cos \sigma + (c'C + d'S) \sin \sigma, \end{cases}$$

$a, b, c, d, a', b', c', d'$  designando nuove costanti (ovvie combinazioni delle  $A_{rs}, C_{rs}$ ).

Ricordiamo che per  $z=0$  è  $C=1$   $S=0$ , e che per tutti i valori di  $z$ ,  $C' = \gamma S$ ,  $S' = \gamma C$  dove con  $C' S'$  si intendono le derivate rispetto a  $z$ .

Dalle (3) si ricava

$$(4) \quad \Delta_z u = (\gamma^2 - \alpha^2) u \quad \Delta_z w = (\gamma^2 - \alpha^2) w$$

$$(5) \quad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -\epsilon^2 u \quad \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = -\epsilon^2 w$$

$$(6) \quad \begin{aligned} \theta &= [(ac + \gamma b')C + (ad + \gamma a')S] \cos \sigma + \\ &+ [(\gamma d' - \alpha a)C + (\gamma c' - \alpha b)S] \sin \sigma. \end{aligned}$$

Sostituendo queste espressioni nelle equazioni generali per  $u$  e  $w$ , e considerando che queste debbono essere soddisfatte per tutti i valori di  $x$ ,  $t$  e  $z$ , dovremo annullare prima separatamente i coefficienti di  $\cos \sigma$  e  $\sin \sigma$  e poi in ciascuno di essi i coefficienti di  $C$  e  $S$ .

Indichiamo con  $A B C D$  i coefficienti di  $C$  e  $S$  nell'espressione (6) di  $\theta$ , nell'ordine in cui essi vi figurano, e con  $H$  l'espressione  $\mu(\gamma^2 - \alpha^2) + \epsilon^2 \rho$ . Allora le condizioni indicate per la verifica delle equazioni si possono scrivere

$$(7) \quad \left\{ \begin{aligned} (\lambda + \mu) \alpha C + H a &= 0 \\ (\lambda + \mu) \alpha D + H b &= 0 \\ -(\lambda + \mu) \alpha A + H c &= 0 \\ -(\lambda + \mu) \alpha B + H d &= 0 \end{aligned} \right. \quad \left\{ \begin{aligned} (\lambda + \mu) \gamma B + H a' &= 0 \\ (\lambda + \mu) \gamma A + H b' &= 0 \\ (\lambda + \mu) \gamma D + H c' &= 0 \\ (\lambda + \mu) \gamma C + H d' &= 0 \end{aligned} \right.$$

Questi due gruppi di condizioni possono essere simultaneamente soddisfatti in due modi. Nell'ipotesi di  $\mathbf{H}$  diverso da 0 (tali essendo, per ipotesi, anche  $\alpha$  e  $\gamma$ ), il confronto del primo col secondo gruppo ci dà

$$(8) \quad \frac{d'}{a} = \frac{c'}{b} = \frac{\gamma}{\alpha} \quad \frac{b'}{c} = \frac{a'}{d} = -\frac{\gamma}{\alpha}$$

mercè le quali, tutte le equazioni si riducono all'unica

$$(9) \quad \varepsilon = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\varrho}} \sqrt{\alpha^2 - \gamma^2}.$$

Nell'ipotesi, invece, che sia  $\mathbf{H} = 0$ , cioè

$$(10) \quad \varepsilon = \sqrt{\frac{\mu}{\varrho}} \sqrt{\alpha^2 - \gamma^2}$$

le equazioni si riducono ad  $\mathbf{A} = \mathbf{B} = \mathbf{C} = \mathbf{D} = 0$ , cioè

$$(11) \quad \frac{d'}{a} = \frac{c'}{b} = \frac{\alpha}{\gamma} \quad \frac{b'}{c} = \frac{a'}{d} = -\frac{\alpha}{\gamma}.$$

Questi due modi di soluzione rappresentano due sistemi di onde elastiche nel piano  $xz$  propagantisi il primo con velocità  $\frac{\varepsilon}{\alpha}$ , definita dalla (9), il secondo con quella definita dalla (10).

Indicando con  $u_1, w_1$  le componenti dello spostamento nel primo sistema, con  $u_2, w_2$  quelle nel secondo, e le relative costanti coi relativi indici, avremo

$$(12) \quad \begin{cases} u_1 = (a_1 \mathbf{C} + b_1 \mathbf{S}) \cos \sigma + (c_1 \mathbf{C} + d_1 \mathbf{S}) \sin \sigma \\ w_1 = -\frac{\gamma_1}{\alpha_1} (d_1 \mathbf{C} + c_1 \mathbf{S}) \cos \sigma + \frac{\gamma_1}{\alpha_1} (b_1 \mathbf{C} + a_1 \mathbf{S}) \sin \sigma \end{cases}$$

$$(13) \quad \begin{cases} u_2 = (a_2 \mathbf{C} + b_2 \mathbf{S}) \cos \sigma + (c_2 \mathbf{C} + d_2 \mathbf{S}) \sin \sigma \\ w_2 = -\frac{\alpha_2}{\gamma_2} (d_2 \mathbf{C} + c_2 \mathbf{S}) \cos \sigma + \frac{\alpha_2}{\gamma_2} (b_2 \mathbf{C} + a_2 \mathbf{S}) \sin \sigma \end{cases}$$

La soluzione completa è definita da  $u = u_1 + u_2$   $w = w_1 + w_2$ .

È facile verificare che il primo sistema è irrotazionale, essendo  $\frac{\partial u_1}{\partial z} - \frac{\partial w_1}{\partial x} = 0$ ; il secondo è a dilatazione  $\theta$  nulla essendo  $\mathbf{A} = \mathbf{B} = \mathbf{C} = \mathbf{D} = 0$ . Quindi il primo è di onde *longitudinali*, il secondo di onde *trasversali*.

3. La componente  $v$  soddisfa alla equazione (1)<sup>bis</sup> che si può scrivere

$$(1)^{\text{ter}} \quad [\mu(\gamma^2 - \alpha^2) + \varepsilon^2 \varrho] v = 0$$

la quale è soddisfatta o da  $v=0$ , nel qual caso la vibrazione è nel piano  $xz$ , o da

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \sqrt{\alpha^2 - \gamma^2}.$$

Essa è quindi la componente  $v_z$  della vibrazione trasversale, la quale si compie in generale in un piano inclinato dell'*angolo di emergenza* sulla verticale.

4. La soluzione completa deve soddisfare in superficie, cioè per  $z=0$ , alle equazioni di condizione

$$(14) \quad \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = 0 \quad \lambda \theta + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z}.$$

Osserviamo anzitutto che nella seconda è  $\frac{\partial w}{\partial y} = 0$ , e la  $v$  si riduce alla  $v_z$ . Ponendo

$$v_z = (e\mathbf{C} + f\mathbf{S}) \cos \sigma_z + (g\mathbf{C} + h\mathbf{S}) \sin \sigma_z$$

essa ci dà

$$\left( \frac{\partial v_z}{\partial z} \right)_{z=0} = f \cos \sigma_z + h \sin \sigma_z = 0$$

che, dovendo verificarsi per tutti i valori di  $\sigma_z$ , determina

$$* \quad f = 0 \quad h = 0.$$

Gli altri due coefficienti  $e, g$  rimangono indeterminati, finchè non si assegnino altre condizioni.

La prima delle (14), dove siano introdotte le espressioni (12) (13), e sia posto  $\mathbf{S}=0$   $\mathbf{C}=1$ , dovendo essere soddisfatta per tutti i valori di  $x$  e di  $t$ , impone anzitutto la condizione  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$ , cioè

$$(15) \quad \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha \quad \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$$

e poi l'annullamento separato dei coefficienti di  $\cos \sigma$ ,  $\sin \sigma$ , cioè

$$2\gamma_1 b_1 + \left( \gamma_2 + \frac{\alpha^2}{\gamma_2} \right) b_2 = 0$$

$$2\gamma_1 d_1 + \left( \gamma_2 + \frac{\alpha^2}{\gamma_2} \right) d_2 = 0$$

che si possono scrivere

$$(16) \quad \frac{b_2}{b_1} = \frac{d_2}{d_1} = K \quad K = - \frac{2\gamma_1 \gamma_2}{\alpha^2 + \gamma_2^2}$$

dove  $K$  è una costante numerica.



Per calcolare la terza delle (14), osserviamo anzitutto che la  $\theta$ , espressa dalla (6), si riduce alla  $\theta_1$ , la quale per le (8) ha l'espressione

$$\theta_1 = \frac{\alpha^2 - \gamma_1^2}{\alpha^2} \left\{ (c_1 \mathbf{C} + d_1 \mathbf{S}) \cos \sigma - (a_1 \mathbf{C} + b_1 \mathbf{S}) \sin \sigma \right\}.$$

Introducendo nell'equazione questa espressione, e quella di  $\frac{\partial(w_1 + w_2)}{\partial z}$  in base alle (12) (13), e ponendo  $\mathbf{S} = 0$   $\mathbf{C} = 1$ , si hanno le due condizioni

$$\lambda \frac{\alpha^2 - \gamma_1^2}{\alpha} c_1 - 2\mu \frac{\gamma_1^2}{\alpha} c_1 - 2\mu \alpha c_2 = 0$$

$$\lambda \frac{\alpha^2 - \gamma_1^2}{\alpha} a_1 - 2\mu \frac{\gamma_1^2}{\alpha} a_1 - 2\mu \alpha a_2 = 0$$

che si possono scrivere

$$(17) \quad \frac{a_2}{a_1} = \frac{c_2}{c_1} = L \quad L = \frac{\lambda}{2\mu} - \frac{\lambda + 2\mu}{2\mu} \frac{\gamma_1^2}{\alpha^2}$$

dove  $L$  è, come  $K$ , una costante numerica.  $L$  rappresenta, in valore assoluto, il rapporto fra l'ampiezza  $\sqrt{a_2^2 + c_2^2}$  della vibrazione trasversale e quella  $\sqrt{a_1^2 + c_1^2}$  della longitudinale nel movimento *oscillatorio* ( $u$ ) del piano, nella direzione di propagazione dell'onda; mentre  $K$  rappresenta l'analogo rapporto per il movimento *sussultorio* ( $w$ ).

5. Le quattro costanti  $\gamma_1$   $\gamma_2$   $K$   $L$  sono legate dalle tre relazioni

$$(16)' \quad 2\gamma_1 \gamma_2 + K(\alpha^2 + \gamma_2^2) = 0$$

$$(17)' \quad \gamma_1^2 = \frac{\lambda - 2\mu L}{\lambda + 2\mu} \alpha^2$$

$$(15)' \quad (\lambda + 2\mu)(\alpha - \gamma_1^2) = \mu(\alpha^2 - \gamma_2^2).$$

Dalle ultime due si ricava

$$(18) \quad \gamma_2^2 = -(1 + 2L)\alpha^2$$

e quindi

$$(19) \quad \varepsilon^2 = \frac{2\mu}{\rho} (1 + L) \alpha^2.$$

Eliminando  $\gamma_1$   $\gamma_2$ , si ottiene fra  $K$  e  $L$  la relazione

$$(20) \quad K^2 = \frac{(1 + 2L)(2\mu L - \lambda)}{(\lambda + 2\mu)L^2}.$$

Le espressioni di  $u_1 w_1$ ,  $u_2 w_2$  date dalle (12) (13), tenuto conto delle (16) (17) e posto  $S=0$   $C=1$ , ci danno, per le componenti dello spostamento superficiale,

$$(21) \quad \begin{cases} u = (1 + L) (a_1 \cos \sigma + c_1 \sin \sigma) = (1 + L) A \cos (\sigma - \varphi) \\ w = \left( \frac{\gamma_1}{\alpha} + K \frac{\alpha}{\gamma_2} \right) (b_1 \sin \sigma - d_1 \cos \sigma) = \left( \frac{\gamma_1}{\alpha} + K \frac{\alpha}{\gamma_2} \right) B \sin (\sigma - \psi) \end{cases}$$

dove

$$(22) \quad A = \sqrt{a_1^2 + c_1^2} \quad B = \sqrt{b_1^2 + d_1^2} \quad \tan g \varphi = \frac{c_1}{a_1} \quad \tan g \psi = \frac{d_1}{b_1}.$$

Per la (16)' è  $\gamma_1 \gamma_2 + K \alpha^2 = -\gamma_1 \gamma_2 - K \gamma_2^2$ ; e, sostituendo a  $\gamma_1 \gamma_2 K$  le loro espressioni in  $L$ , si ha

$$(23) \quad w = \sqrt{\frac{\lambda - 2\mu L}{\lambda + 2\mu}} \left( 1 + \frac{1}{L} \right) B \sin (\sigma - \psi).$$

L'equazione (18) ci dice che, dovendo essere  $\gamma_2$  reale,  $L$  è negativa e, in valore assoluto, maggiore di  $\frac{1}{2}$ . Per  $L = -1$  è  $\varepsilon = 0$   $u = 0$   $w = 0$ , cioè la vibrazione nel piano verticale è nulla; la deformazione, se le condizioni profonde permettono in tal caso una  $v$  diversa da 0, è solo *trasversale* e fissa. Oltre il valore  $-1$ , la  $\varepsilon$  diventerebbe imaginaria.

La costante  $L$  è quindi compresa fra i valori  $-\frac{1}{2}$  e  $-1$ , inclusivi. Entro questo intervallo può avere infiniti valori: cioè infinite onde superficiali, dotate di velocità di propagazione diversa, sono possibili; le condizioni iniziali e profonde determineranno caso per caso il gruppo di onde che realmente si verificano.

6. Nel caso in cui  $\lambda = \mu$  (coefficiente di Poisson  $1/4$ ), che si verifica assai approssimativamente per i materiali della crosta terrestre, la relazione (20) fra  $K$  e  $L$  diventa

$$K^2 = \frac{4L^2 - 1}{3L^2}.$$

Se supponiamo  $K = L$ , i valori possibili di  $L$  sono dati dall'equazione

$$3L^4 - 4L^2 + 1 = 0$$

le cui radici sono  $L = \pm 1$   $L = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$ . Escludendo i due valori positivi,

pei quali  $\gamma_2$  sarebbe imaginaria, rimangono i due valori  $L = -1$ ,  $L = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ .

Al primo valore corrisponde  $\varepsilon = 0$ , ossia, come si disse, una deformazione stabile del terreno rappresentata da uno spostamento orizzontale del suolo in senso normale all'asse delle  $x$  ( $u = w = 0$ ).

Al secondo valore risponde la velocità di propagazione

$$V = \frac{\varepsilon}{\alpha} = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \sqrt{2 \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{3}} \right)} = 0.9194 \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$

che è il valore trovato da Rayleigh.

Vediamo dunque che l'onda di Rayleigh non si verifica soltanto nel caso, da lui considerato, di un solido indefinito, ma anche nel caso di una lastra quando  $K = L$ ; cioè, per le (16) (17), quando sia:

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{b_2}{b_1} = \frac{c_2}{c_1} = \frac{d_2}{d_1}$$

quando cioè sia costante, nella componente della vibrazione ( $uw$ ) entro il piano verticale, il rapporto fra l'ampiezza delle onde trasversali e quella delle onde longitudinali, e quando perciò le onde stesse siano in fase.

**Fisica terrestre. — I fenomeni eruttivi dello Stromboli nel novembre 1915.** Nota preliminare del prof. GAETANO PLATANIA, presentata dal Socio A. RICCÒ.

Incaricato dal prof. A. Riccò, direttore del R. Osservatorio geodinamico di Catania, di recarmi allo Stromboli, per studiare la recente fase eruttiva parossismica di quell'interessante vulcano, riassumo le principali osservazioni che potei farvi nella mia visita.

La sera del 12 novembre 1915, l'ing. F. A. Perret ed io dal mare, presso la così detta « Sciara del fuoco », costatammo che dei diversi crateri era veramente attivo soltanto quello più vicino al Faraglione di ponente o *Torrione*, e dava, ad intervalli di circa 15 minuti, magnifiche esplosioni, lanciando in alto con violenza un gran numero di brandelli di fluida lava di colore rosso candente, i quali, ricadendo sui fianchi del monte, non rotolavano giù, ma per la loro grande pastosità vi rimanevano in gran maggioranza appiccicati, e si oscuravano a poco a poco, in modo che per un breve tratto di tempo tutta la collina craterica rimaneva costellata di numerosi punti luminosi.

I fenomeni effusivi invece erano quasi del tutto cessati: a circa 150 metri sotto il cratere attivo, si vedeva rosseggiare vivamente un punto luminoso, cioè la bocca dalla quale fino al giorno avanti aveva continuato a fluire la lava in corrente.

Alle ore 9.15<sup>m</sup> del giorno 13 ebbe luogo un'esplosione molto violenta, accompagnata da un boato secco, come un forte colpo di cannone, e seguita da un profondo ruggito.

Sulla cima del monte si vide sollevarsi un pino imponente, seguito subito da un secondo getto più a sud, acuminato, nereggiante, e poscia da un terzo getto più a valle verso la Sciara. Dopo circa 5 minuti cominciò a cadere sull'abitato una fitta gragnola di lapilli e scoriotti. Alle ore 9.30<sup>m</sup> avvenne una seconda esplosione, un po' meno violenta, anch'essa seguita da abbondante pioggia di materiale frammentario.

Avviatici ad esaminare da vicino i crateri ben presto cominciammo a trovare focacce di scorie nerastre o giallastre che avevano incenerito i cespugli su cui eran cadute, e proiettili di vecchio materiale più o meno pesante che avevano scavato ampie buche nel suolo ed erano ancora scottanti, e bombe leggerissime rigonfie di materiale vetroso, e brandelli di scorie che, ricadendo ancora pastose, si eran modellate sulle accidentalità del terreno.

Durante la nostra ascensione potemmo costatare che tutti i crateri erano in attività, davano abbondanti vapori bianchicci e talora qualche debole esplosione accompagnata da getti di fumo giallastro o nerastro carico di cenere e di lapillo.

L'apparato eruttivo era formato da quattro crateri, di cui tre grandi che, seguendo la nomenclatura dell'ing. Perret, indicherò con le lettere *A*, *C* e *D*; ed uno più piccolo, *B*; non mancavano entro e fra di essi altre bocche minori, secondarie.

Recatici al solito posto di osservazione, oltre il Faraglione di ponente, constatiamo che la grande esplosione ha lanciato anche in quella direzione un gran numero di blocchi consolidati e non pochi brandelli di lava. Alcuni dei primi erano rivestiti in parte da un invoglio scoriaceo, or chiaro e filamentoso, ora di colore scuro; altri eran formati da frammenti scoriacei più o meno arrossati, cementati fra loro da vene di nuova lava scoriacea oscura; altri si erano spogliati quasi completamente del loro involuppo di lava che giaceva intorno alla loro base. Tutti avevano scavato delle buche più o meno profonde, e tutti erano ancora scottanti.

Il giorno successivo, 14, il vento impetuoso ed il mare agitato ci impedirono di tentare escursioni, e d'altro canto l'attività nei crateri continuava a mantenersi debole. Tuttavia ci recammo al vecchio semaforo per esaminare poi col favor della notte il teatro eruttivo, e, arrivativi, con nostra sorpresa costatammo che da una bocca, situata alquanto al di sopra di quella che si era estinta veniva giù dritta, fluida, vivissima una nuova corrente di lava incandescente, che era già arrivata, alle ore 18, giù quasi ai due terzi della Sciara. Per circa metà della sua lunghezza si manteneva di colore rosso chiaro; più in basso si andava oscurando poco a poco, mentre dalla sua fronte già annerita si staccavano massi incandescenti che rotolavano al mare.



Al di sopra della bocca effusiva si notavano, allineati verso l'alto, parecchi punti debolmente rosseggianti, così da far credere all'esistenza di una specie di *tunnel*, la cui vòlta, costituita di scorie consolidate, si mantenesse ancora calda e rosseggiante.

Nel pomeriggio del 15, ritornati a Labronzo osserviamo che la lava continua a fluire vivissima dalla nuova bocca, ma vien giù più lentamente, con la velocità di circa un decimetro al secondo o poco più, e si mantiene pastosa, e forma una corrente continua, non a superficie scoriacea nella sua parte alta. Dai suoi fianchi ed anche dalla parte mediana si staccano continuamente delle masse incandescenti, che, rotolando al mare, vi hanno formato già un *thalus* grandioso, una specie di cono di deiezione di materiale consolidato, che ricopre la lava pastosa, già arrivata al mare in cui si avvanza lentamente sollevando grandi colonne di vapore che il vento impetuoso rapidamente disperde.

Anche gli altri speroni di lava, che si sono avanzati in mare nei mesi precedenti ed hanno reso convesso il profilo trasversale della Sciara, si vedono qua e là ancor fumiganti, mentre verso la parte occidentale della Sciara si sollevano colonne di polvere dovute al rotolare giù di qualche masso che si va distaccando dalla fronte dell'altra corrente di lava che aveva cessato di fluire la sera del 12.

Il giorno 18, calmato alquanto l'infuriare del vento e cambiatane anche la direzione in modo da farci sperare una relativa bonaccia nel fianco dell'isola ove è situata la Sciara del fuoco, ci affrettammo a recarci a veder da vicino la nuova lava.

Esaminando dei blocchi di lava incandescente raggiunti dalle onde, notiamo che sono screpolati, per il rapido raffreddamento, e l'acqua del mare, penetrando nelle screpolature si converte rapidamente in vapore lasciandovi un deposito bianco di sali.

E quando i blocchi, rotolando, arrivano al mare, oltre il rumore del tonfo, oltre il sibilo del vapore che sfugge, si ode un crepitio caratteristico che si deve al formarsi e all'accrescersi di queste numerose screpolature.

Ma lo spettacolo veramente maraviglioso, indescrivibile, è dato appunto dal lento avanzarsi della lava nel mare.

Questa, quaggiù, è coperta da numerosi blocchi che formano su di essa come un mantello di scorie. E l'avanzamento avviene saltuariamente ed in due modi, ora per franamento di grandi quantità di tali blocchi i quali non possono star fermi su una massa pastosa che per l'afflusso si rigonfia e si muove, ora per rapido movimento in avanti della massa pastosa sottostante.

Ad ogni franamento del mantello scoriaceo nel mare, il crepitare su descritto, i sibili del vapore si rinnovano con maggiore intensità, e ad ogni onda che arriva aumentano ancora e si sollevano con violenza nuvole di

vapori carichi di lapilli, di sabbie e di cenere, che ricadono rapidamente rendendo torbida e fangosa l'acqua del mare.

Ad ogni avanzata della lava pastosa sottostante, si aggiungono scoppiettii più forti, ed il vapore vien fuori con maggiore violenza e a temperatura più alta, mantenendosi invisibile o quasi per un breve tratto e poi condensandosi in nuvole bianchissime, di cui alcune, per la violenza con cui il vapore è lanciato, si sollevano in globi roteanti ed assumono talora la caratteristica forma di fungo o di ombrelli che è presentata talvolta dalle nubi delle esplosioni dei crateri.

E non mancano i violenti getti di vapori caldissimi, in direzione obliqua ed anche orizzontale, così da render pericoloso il rimaner molto vicini alla lava.

La parte viva della corrente fu si avvanza nel mare ha una fronte di una ventina di metri, ed altrettanto circa ne hanno i due coni di deiezione ai lati di essa, cosicchè in complesso il ventaglio di lava, alla base, supera i 60 metri di larghezza.

Avvicinatici quanto più ci fu possibile, ci fermammo a lungo a continuare le osservazioni, senza preoccuparci che il calore dell'acqua del mare potesse arrivare a rammollire la pece che si adopera nelle commessure delle barche. Del resto qui non si osservavano pesci morti come a Savaii e alle isole Sandwich, e l'acqua, sensibilmente calda in vicinanza della corrente di lava, non fumigava, nè era scottante.

L'essere il mare libero ed aperto, l'esistenza di una debole corrente marina, ma specialmente le piccole dimensioni della calata di lava che fluiva nel mare, danno ragione di ciò, come ancora del fatto che, sebbene la lava si mantenesse rossa, incandescente, al di sopra del limite di contatto con l'acqua, non vi avvenivano le grandiose manifestazioni esplosive descritte dal Tempest Anderson nell'eruzione di Matavau (Savaii) e dal Green in quella del Mauna-Loa (eruzione del 1859).

Qui le esplosioni lanciavano lapilli della grossezza di una nocciola o poco più; e le sabbie e cenere, che rendevano grigio il vapore, si sollevavano appena a qualche metro, e ricadevano ben presto in mare intorbidandone le acque.

A Matavau, quando la lava fluiva in quantità minore, si conformava in curiosi lobi e peduncoli, in masse ovoidi che si vedevano screpolare, rigonfiarsi, assumendo la forma di guanciali o di sacchi accatastantisi l'uno presso l'altro.

Qui, allo Stromboli, la lava si avanzava a sbalzi, sotto il suo mantello di blocchi, senza mandare prominenze, senza formare lobi, senza accennare a prendere la struttura globulare, della quale non esistono tracce nemmeno nelle altre colate già arrestatesi e oramai demolite in parte dall'azione delle onde, in modo che ci rivelano chiaramente la loro costituzione interna.

Colà la lava si vedeva rossa candente, anche in pieno giorno, e quando le onde si spandevano su di essa, l'acqua non bolliva, ricadeva quasi inalterata, forse perchè vi assumeva lo stato sferoidale. Anche nella corrente del Mauna-Loa il primo contatto dell'acqua con gli sferoidi incandescenti di lava non produceva visibilmente alcun vapore, giusta le osservazioni del Green.

Qui, invece, ogni nuova ondata del mare era accompagnata da un frastuono di scoppiettii e dal sollevarsi di grandi masse di vapore acqueo.

Eppure, tanto a Matavannu quanto al Mauna-Loa, la distanza percorsa dalla lava, a partire dalle sorgenti per arrivare a mare, era di molti chilometri; qui invece era di poche centinaia di metri; ma colà erano enormemente maggiori la quantità di lava, la sua temperatura e la sua fluidità, e questo spiega il modo diverso di comportarsi delle colate nell'arrivare e nell'avanzarsi in mare.

Dopo le osservazioni del Tempest Anderson a Matavannu, si è generalmente diffusa l'opinione che la struttura delle lave a sacchi o guanciali (*pillow-lava*) si debba attribuire all'efflusso di esse nel mare.

Però occorre distinguere fra tale struttura a lobi e ad ovoidi più o meno superficiali, e quella a sferoidi, con prismi raggianti dal loro centro, struttura che si osserva nella rupe di Aci Castello in Sicilia, come anche nelle grandiose sezioni e rupi delle colline basaltiche dei dintorni.

La prima struttura può formarsi anche lungi dal contatto delle acque del mare, allorchè la lava è a temperatura molto elevata, è di una grande fluidità, è relativamente povera di gas esplosivi e si avvanza in un pendio non molto ripido. Anche al semplice contatto dell'atmosfera si possono formare protuberanze ovoidi, e queste possono crescere e accatastarsi l'una sull'altra, assumendo l'aspetto di sacchi e di guanciali, come si può osservare nella celebre colata Etnea presso Bronte ed in qualche tratto di quella della Serra Pizzuta Calvarina, entrambe storiche.

Ma d'altro canto, nè a Stromboli, nè lungo la spiaggia orientale dell'Etna, le lave storiche arrivate al mare, ed avanzatesi in esso per lunghi tratti, hanno assunto la struttura a guanciali o a sacchi, salvo in qualche piccolissimo tratto, come per es. al di sopra degli speroidi basaltici, a S della rupe di Aci Castello (lava del 1169).

Oltre ai numerosi blocchi grandi e piccoli di materiale antico, spesso rivestiti di sostanza scoriacea; oltre a piccoli blocchi tondeggianti con numerose bolle subsferiche, i prodotti delle due grandiose esplosioni del 13 novembre, come si è accennato, sono costituiti da scoriette leggerissime di colore chiaro all'esterno e spesso nero all'interno; di scorie e bombe subpomicee, molto rassomiglianti a quelle da me descritte nello studio del periodo eruttivo di Stromboli del 1907; di scorie nere, come quelle che vi osservai nella eruzione del 1912, e che sono prodotte ordinariamente dalle esplosioni tipiche stromboliane; e finalmente di scorie miste di materiale chiaro e scuro.

Notevolissima una grossa scoria filamentosa, costituita da un ammasso di fragili fili intrecciati, la quale, cadendo al suolo fluidissima, si appiatti, modellandosi sulle accidentalità di esso, distendendosi per oltre una quarantina di decimetri quadrati e riducendosi allo spessore medio di 2-3 centimetri appena.

Esaminate al microscopio, le scoriette leggere e quelle filamentose mostrano abbondante sostanza vetrosa bollosa, isotropa, di colore chiaro; ma, a differenza di quelle simili del 1907, queste sono molto più ricche di piccoli cristalli di feldspato plagioclasico, di augite e di olivina, e specialmente i feldspati non sono, come allora, microliti e microcristalli, ma invece si presentano di dimensioni maggiori e come elementi del primo tempo. È evidente che qui ci troviamo di fronte ad un magma, il quale, ribollendo entro la gola del vulcano, ha avuto il tempo di devetrificare.

Anche le scorie vere delle esplosioni del 13 novembre sono più cristalline di quelle raccolte alla fine del periodo eruttivo del 1907. La massa fondamentale isotropa, vetrosa, è di colore molto scuro, con opacite, con granuli di magnetite, e con microliti di feldspato, e contiene numerose augiti e molti cristalli tabulari di plagioclasio a geminazione polisintetica, spesso zonati e con estinzione ondulosa; l'olivina vi è frequente in cristalli idiomorfi ed in granuli, non alterata; non vi ho osservato iddingsite ma soltanto qualche accenno di alterazione, un po' di arrossamento in alcune delle rare fratture.

La lava della corrente fluì il 9 novembre, e quella che il giorno 18 vedevamo avanzarsi nel mare, sono costituite di una massa fondamentale bruna, oscura, con opacite, con microliti allungate e con numerosi cristalli del primo tempo di feldspato plagioclasico, ricchi di inclusioni e con estinzione ondulosa: belle e grandi augiti di colore verde-bottiglia, spesso con zone di accrescimento molto nette, cristalli e granuli di olivina simili a quelli descritti nelle scorie nere.

In complesso, i prodotti magmatici di questo periodo eruttivo differiscono fra di loro principalmente per i caratteri della fase vetrosa, la quale ora costituisce una sostanza fondamentale amorfa di colore chiaro, ora una microlitica di colore oscuro e con molti globuli di opacite e granuli di magnetite; talora entrambe si trovano insieme, l'una accanto all'altra, nella medesima focaccia scoriacea.

Questo fatto è importantissimo perchè indica un differenziamento magmatico nella parte alta del medesimo condotto vulcanico, probabilmente per una specie di espulsione del magma fluido residuo dalla parte più cristallina, per l'ascesa verso l'alto della parte più leggera e per lo spumeggiare di essa a causa dello sviluppo dei gas; ma ancora perchè potrebbe costituire un esempio della tanto discussa liquazione o parziale immiscibilità delle soluzioni magmatiche; argomenti, questi, che verranno meglio esaminati allorchè saranno compiute le analisi chimiche della lava e dei due tipi di scorie.



Chimica. — *La quercetina dalla scorza del Pinus pinaster* Sol. Nota di ROBERTO LEPETIT e CARLO CARTA SATTI, presentata dal Socio G. KOERNER.

In una relazione al Congresso di chimica a Roma nel 1905, sull'industria degli estratti per concia, uno di noi <sup>(1)</sup> segnalò, a proposito degli estratti tannici bisolfitati, la formazione di una materia colorante gialla trattando con bisolfito sotto pressione l'estratto ottenuto da scorze di pino della Toscana; ed espresse con riserva l'idea che il colorante potesse essere identico alla fisetina.

Un tale giudizio era suggerito dall'analogia di alcune reazioni cromatiche con quelle della fisetina e dal fatto che la fisetina <sup>(2)</sup> del *Rhus cotinus* vi si trova combinata con uno zucchero e con una sostanza tannica, considerando che la scorza di pino contiene precisamente glicosidi e tannini; e d'altra parte dal fatto che, per quanto ci consta, la quercetina, che poteva esser tenuta in linea di conto, non fu mai isolata da vegetali europei.

Uno studio ulteriore, compiuto sin dal 1906, ci ha condotto a modificare la primitiva ipotesi ed a caratterizzare in modo sicuro il colorante giallo per quercetina. Se non pubblicammo il risultato, fu perchè si sperava di trovare il tempo per definire altri componenti (fra cui principalmente lo zucchero e le sostanze tanniche formatesi, oltre alla quercetina, per l'azione del bisolfito di sodio sull'estratto) e poterne ricavare conclusioni sulla natura del composto complesso, colorante-zucchero-tannino, preesistente nell'estratto medesimo.

La circostanza che la presente grande penuria di coloranti, in seguito alla guerra, ha conferito una certa importanza al giallo ricavato dalla scorza di pino, tanto da provocarne la preparazione e le applicazioni industriali (ed è forse l'unico nuovo estratto colorante fatto in Europa su vasta scala), ci induce a pubblicare il lavoro eseguito 10 anni fa, dato l'interesse d'attualità per le materie coloranti naturali.

L'esame qualitativo dell'estratto acquoso di scorze di *Pinus pinaster* permette di concludere che esso contiene sostanze tanniche appartenenti al gruppo del pirogallolo ed altre appartenenti al gruppo della pirocatechina, o catecolo, e uno o più zuccheri di cui non fu determinata la natura. L'estratto,

(1) R. Lepetit, Atti del VI Congresso di chimica applicata a Roma, vol. III, pag. 156.

(2) Jacob Schmid, Ber. d. deutsch. chem. Gesellschaft 19 (pag. 1735).

per sè, non rivela in alcun modo la presenza di una materia colorante gialla; il trattamento con bisolfito sodico gli fa perdere completamente o quasi le proprietà tanniche, e mette cosa strana) in rilievo proprietà coloranti.

#### TRATTAMENTO CON BISOLFITO.

500 gr. d'estratto di pino (p. spec. 1,22), preparato estraendo 5 volte con acqua bollente 3 kg. di scorza e concentrando nel vuoto i 40 litri di liquido così ottenuto, vennero mescolati con 135 gr. di bisolfito di sodio (p. spec. 1,42), ed il recipiente in vetro fu chiuso in autoclave e riscaldato per 7 ore a 125-130° C.

Si constatò che il liquido contenuto, raffreddato, più non presentava un aspetto resinoso, ma bensì molto più fluido, e alla luce del sole i riflessi lucenti d'una sospensione di cristalli microscopici. Col tempo depositava un sedimento giallo chiaro. Tale deposito, insolubile nell'acqua fredda, venne filtrato e ripetutamente lavato con acqua, sinchè questa passò quasi incolore. Essiccato, pesava 22 gr.

Variazioni, sia della quantità di bisolfito, sia della temperatura, sia della durata del trattamento, diedero una resa poco dissimile.

Operando con scorze di varia provenienza, si ebbero variazioni da 3 a 40 gr. di colorante secco purificato, ottenuto sciogliendo in alcool bollente, filtrando tracce d'impurità, precipitando con acqua e rifiltrando. Il prodotto, ricristallizzato 3 volte dall'alcool in cui è poco solubile, cristallizza in piccolissimi aghi giallo-chiari, fondenti a 265°, decomponendosi. [La quercetina fonde, secondo Zwenger e Dronke, a 250° <sup>(1)</sup>: p. fus. rettificato da Kostanecki, nel 1904, in 313-314° <sup>(2)</sup>, pochi mesi dopo il nostro lavoro].

Non abbiamo ancora potuto stabilire in modo certo le ragioni delle variazioni di resa da 1 per mille a 1,3 per cento da scorze, apparentemente uguali, di una regione molto limitata (San Rossore, Tombolo, Torre del Lago, ecc.), e dobbiamo ammettere si tratti di piante di età molto diversa o di scorze alterate e deteriorate nel caso delle rese minime.

La materia colorante forniva tinte d'un bellissimo giallo su mordenti d'allumina, d'un giallo molto aranciato su mordenti di stagno, d'un giallo meno vivo su cromo, d'un giallo sporco senza valore su rame, bruno olivastro su ferro. Erano quindi da escludere morino, maclurina, luteolina, ramnetina; erano invece probabili fisetina e quercetina fra i coloranti naturali conosciuti. Si intraprese perciò la preparazione di alcuni derivati della sostanza colorante, per definirla esattamente.

<sup>(1)</sup> Annalen, 1861. pag. 262.

<sup>(2)</sup> Ber. d. deutsch. chem. Ges. 37, pag. 1405.

## DERIVATI DEL COLORANTE GIALLO.

### *Derivato acetilico.*

20 gr. di colorante giallo vennero riscaldati su bagno d'olio a 120-125° C con 18 " di anidride acetica, 10 " di acetato sodico fuso<sup>1</sup> per 3 ore in pallone con refrigerante a ricadere.

Il prodotto, versato in acqua calda, abbandona un olio il quale fu lavato ripetutamente con acqua bollente. Nel raffreddarsi, esso si concretava in una massa bruno-grigiastra che venne triturata, estratta più volte con alcool bollente che asporta molta materia colorante e scioglie pochissimo l'acetilderivato; quindi venne asciugato e cristallizzato da alcool bollente con aggiunta di nero animale. Ripetuto 3 volte questo trattamento, si ottengono aghi bianchi setacei, i quali fondono a 192-193° C.

Un grammo di prodotto, umettato con alcool, venne riscaldato circa 3 ore con un miscuglio di 75 gr. di acido solforico e 35 d'acqua; il prodotto giallo recuperato pesava gr. 0,568, ossia il 58,6 %. Altre due prove diedero 58,3 e 58,6. Calcolato per quercetina, da pentaacetilquercetina, 57,3 %. L'acetil-1.3.3'.4'-tetraacetossiflavonolo [pentaacetilquercetina sintetica di Kostanecki (<sup>1</sup>)] fonde a 193-194° C.

### *Derivato benzoilico.*

Venne preparato analogamente, trattando 10 gr. di colorante con 70 gr. di anidride benzoica su bagno d'olio a 170° C, per 5-6 ore. Aghi bianchi setacei, fondenti a 155° C.

La letteratura dà come nota una tetrabenzoilquercetina fondente a 239° (<sup>2</sup>).

### *Derivato metilico.*

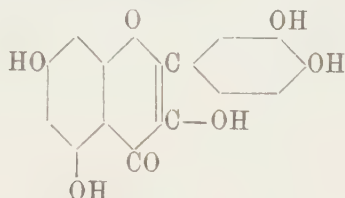
10 grammi di colorante giallo sospeso in 200 d'alcool, con aggiunta di 4 gr. di soda caustica sciolta in alcool, vennero trattati a caldo, in pallone con refrigerante a riflusso, con 10 gr. di dimetilsolfato. Distillando l'alcool e ricristallizzando il prodotto, dall'alcool, con aggiunta di nero animale, si ottiene il metilderivato in aghi gialli finissimi lucenti, fondenti a 154-155° C. Herzig (<sup>3</sup>) dà, per la tetrametilquercetina, 156-157° C.

(<sup>1</sup>) Ber. d. deutsch. chem. Ges., 37, pag. 1405.

(<sup>2</sup>) Kürsten, Archiv. f. Ch., 229, pag. 246.

(<sup>3</sup>) Monatshefte f. Chem., 9, pag. 541.

Si può dai dati sovraesposti di ricupero di colorante giallo, corrispondenti ad una pentaacetilquercetina, dai punti di fusione dell'acetil- e metil-derivato, dal comportamento tintorio, arguire che la sostanza colorante gialla ricavata dalla scorza di pino è quercetina (1.3.3'.4'-tetraossiflavonolo)



Il compianto prof. Kostanecki ebbe la cortesia, nel novembre 1906, di paragonare il nostro acetilderivato con quello da lui preparato sinteticamente: e controllò il punto di fusione dei due prodotti anche in miscela trovando 192-193 e confermando con lettera ad uno di noi, l'identità dei due derivati.

Per maggior sicurezza fu eseguita una analisi del pentaacetilderivato, la quale diede i risultati seguenti:

- I) Sostanza essicata nel vuoto su  $H_2SO_4$ , gr. 0,2625;  $CO_2$ , gr. 0,5667; acqua, gr. 0,0952.  
 II) Sostanza essicata nel vuoto su  $H_2SO_4$ , gr. 0,1455;  $CO_2$ , gr. 0,3100; acqua gr. 0,0520.

	Trovato		Calcolato per $C_{25} = H_{20} = O_{12}$
	I	II	
C	58,87	58,10	58,89
H	4,05	3,99	3,90

Dall'acetilderivato ottenemmo in seguito, per riscaldamento prolungato con acidi, la materia colorante gialla allo stato di purezza, dalla quale si può ottenere con qualche ricristallizzazione un prodotto fondente a 310-312°, punto di fusione quasi identico a quello indicato da Kostanecki per la quercetina.

Il comportamento tintorio è identico a quello della quercetina da noi ricavata da scorze di quercitrone degli Stati Uniti.

Non vi può quindi essere dubbio alcuno sul fatto che la scorza di pino contenga quercetina allo stato complesso di combinazione con un tannoglucoside. È notevole che ciò sia sfuggito ai numerosi scienziati che si occuparono dello studio delle materie coloranti naturali e dei tannini per un prodotto come le scorze di pino, da tanto tempo adoperato per la tintura delle reti, delle vele e per la concia delle pelli.



Chimica. — *Ricerche sulle combinazioni sub-alogenate di alcuni elementi*. VI: *Sul cosiddetto sottocloruro di bismuto* <sup>(1)</sup>. Nota di L. MARINO e R. BECARELLI, presentata dal Socio R. NASINI.

Prima di esporre le considerazioni in base alle quali è possibile spiegare la natura dei cristalli che si originano nelle fusioni dei miscugli di bismuto con tricloruro di bismuto <sup>(2)</sup>, discutiamo altri fatti sperimentali.

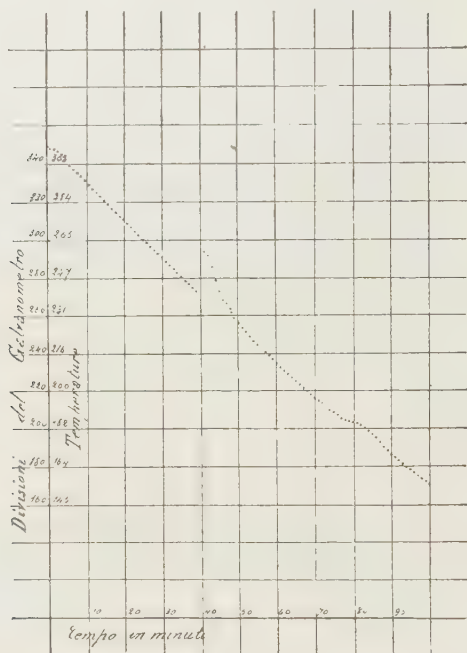


FIG. 1.

Per quanto riguarda il contributo sperimentale portato da ciascuno di noi nell'esecuzione del presente lavoro. vedere la nostra Nota II in questi Rendiconti, vol. 24, pag. 265 e soprattutto vediamo che cosa si osserva quando si fondono i cristalli purificati. Analogamente a quanto abbiamo visto per il bismuto-bromo, anche qui la massa cristallina fonde ad una temperatura superiore a quella dei componenti, dividendosi in due strati, nella solidificazione dei quali si osservano tutti quanti i fenomeni ricordati. Questo si può vedere dalla curva (fig. 1) eseguita su 100 gr. di sostanza cristallina

<sup>(1)</sup> Lavoro eseguito nell'Istituto di chimica generale della R. Università di Pisa.

<sup>(2)</sup> Rend. della R. Acc. dei Lincei, 25, pag. 270 (1916).



di riscaldamento: *a* e *b* rappresentano due curve di riscaldamento eseguite con 50 gr. di miscuglio delle rispettive concentrazioni del 30 % e del 60 % di  $\text{BiCl}_3$ ; mentre in *a* l'inizio di cristallizzazione è visibilissimo, in *b* esso è ancora accennato mentre in altre curve della stessa concentrazione di *b* esso non si vede.

L'esistenza dell'inizio di cristallizzazione risulta dunque assai incerto, comunque si operi sui singoli miscugli, quando si osservano le varie curve di raffreddamento. Queste mostrano però in modo certo la trasformazione, che, giusta quanto abbiamo esposto, corrisponde all'effetto termico osservato. Che però, per quanto incerto, l'inizio di cristallizzazione esista, entro determinati limiti di concentrazione, e che corrisponde alla formazione della massa cristallina che poi subisce ad una temperatura inferiore la trasformazione, viene meglio confermato mediante esperienze analoghe a quelle da noi eseguite pei miscugli di bismuto e bromo entro tubi strozzati al centro, con i quali è possibile separare la sostanza solida, che esiste al disopra della temperatura di fusione dei singoli componenti.

Quanto alla trasformazione, essa può essere dimostrata anche qui per via analitica quando si utilizzi il fornino rotante, da noi descritto pel sistema bismuto-bromo (<sup>1</sup>). Rifondendo perciò nelle volute condizioni un miscuglio già fuso di bismuto con 40 % di  $\text{BiCl}_3$ , e operando la separazione per  $294^\circ$  con le precauzioni indicate, si ritrova sul setto, dopo il raffreddamento, un reticolato cristallino ed un nucleo di bismuto, mentre la parte colata è costituita dalla sostanza nera, igroscopichissima. Risultando, dalle nostre esperienze, che il bismuto, in presenza di tricloruro, fonde al disotto di  $265^\circ$ , ed avendo noi capovolto il forno a  $294^\circ$ , il nucleo di bismuto che non è passato attraverso il setto non può provenire se non dalla trasformazione dei cristalli che in una prima fase si erano formati.

L'analisi eseguita sulla massa totale non colata attraverso il setto per  $294^\circ$  mostra come sia diversa la composizione dei cristalli  $\alpha$  da quelli da noi chiamati  $\beta$  e che sono quelli che, dopo la trasformazione, permangono alla temperatura ordinaria. Difatti gr. 48,86 di miscuglio al 40 % di  $\text{BiCl}_3$  dettero, di sostanza non colata a  $294^\circ$ , gr. 26,23. Questi consumarono di  $\text{AgNO}_3$  (1 cc. = gr. 0,232 di  $\text{Ag}$  = gr. 0,0763 di  $\text{Cl}$ ), cc. 11,1 a cui corrispondono gr. 3,23 % di  $\text{Cl}$ . L'interpretazione del diagramma (fig. 3) non può dunque essere che la seguente:

Piccole quantità di  $\text{BiCl}_3$  abbassano di alcuni gradi il punto di fusione del bismuto. Lungo la retta AB si separa del bismuto puro. Per quantità di  $\text{BiCl}_3$  comprese fra il 5 e l'85 %, circa e per una temperatura sufficientemente elevata, superiore a  $315^\circ$ , circa, si hanno due fasi liquide  $L_1$  ed  $L_2$ . Col raffreddamento verso i  $315^\circ$  dalla fase liquida  $L_1$  si originano i

(<sup>1</sup>) Rend. R. Acc. Lincei, vol. 25, pag. 175 (1916).

cristalli  $\alpha$ . Questi, intorno a  $240^\circ$ , si scompongono (linea tratteggiata RS) e danno luogo ai cristalli  $\beta$  e al miscuglio eutettico Bi-BiCl<sub>3</sub> facendo risalire la temperatura fino al punto di fusione di questo, cioè verso i  $260^\circ$  (linea BC del diagramma). Continuando il raffreddamento, verso i  $190^\circ$  solidifica la fase liquida L<sub>2</sub> costituendo l'eutettico BiCl<sub>3</sub>-Bi (linea DE). Per quantità di BiCl<sub>3</sub> maggiori all'85 %, e per temperature superiori a  $225^\circ$ , si ha una sola fase liquida. Coll'abbassarsi della temperatura, lungo la linea

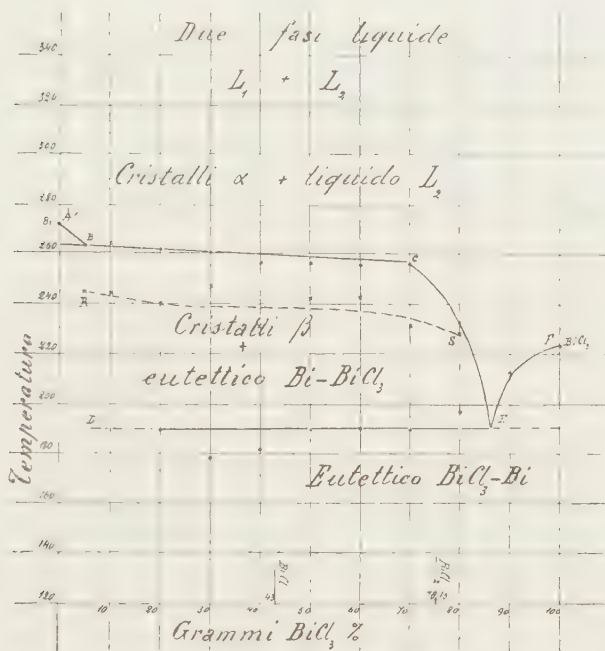


FIG. 3.

FE cristallizza del BiCl<sub>3</sub> puro, e a  $190^\circ$  circa solidifica l'eutettico BiCl<sub>3</sub>-Bi. Come si vede da questo diagramma l'andamento generale è identico a quello del sistema bismuto-bromo; manca, però in questo caso la trasformazione intermedia della massa cristallina e l'altra al disotto del 2° eutettico.

Prima di esporre le conclusioni a cui si giunge in base a questi dati da noi raccolti e discussi, dobbiamo ancora riferire su alcune esperienze eseguite sulla soluzione solida di BiCl<sub>3</sub> in Bi. Ci è sembrato interessante fare in proposito qualche esperienza, sia per la rapidità con la quale detta soluzione solida perde la lucentezza metallica sotto l'azione della luce, sia per le variazioni riscontrate da vari sperimentatori nelle proprietà del bismuto quando esso contiene piccole impurezze, sia anche perchè recente-



mente C. Cohen e A. S. Th. Moesveld <sup>(1)</sup> misero in evidenza una nuova modificazione allotropica del bismuto metallico. Le determinazioni del peso specifico condurrebbero ad un valore che è sempre più alto di quello calcolato con la regola dei miscugli per il rapporto BiCl<sub>3</sub> considerato. Per queste determinazioni ci serviva un picnometro da 100 cc., e come liquido adopravamo l'olio di paraffina puro scaldato nel vuoto a circa 150° con bismuto finemente pulverizzato. Si impiegavano ciascuna volta, circa 40 gr. di sostanza mantenuta ben secca per la temperatura della stanza in un essiccatore col vuoto e fuori dell'azione diretta della luce. Il bismuto si pulverizzava poco prima della pesata prendendo solo la parte metallica più lucente che si trova all'interno del blocco. Pesato il picnometro con la sostanza, aggiungevamo tanto olio di paraffina da coprirla completamente, e poi con una pompa a mercurio estraevamo tutta l'aria a circa 80°. Si riempiva quindi il picnometro sino al capillare con l'olio di paraffina, e si lasciava per 3 o 4 ore in termostato a 42°. Quando dal capillare non usciva più olio, si puliva il picnometro, e si pesava, dopo raffreddamento, a temperatura ordinaria. Col solito calcolo si riducevano le pesate al vuoto e si riferivano all'acqua a 4°. La soluzione solida proveniva da un miscuglio al 10 % di BiCl<sub>3</sub>. Questo riscaldavamo a circa 380° per varie ore in uno dei soliti tubi da noi adoperati per l'analisi termica, e poi lo si lasciava a 295°-300° per altre 5 ore. Scaldando la punta del tubo laterale, si toglie la pressione interna e si immerge allora il tubo rapidamente nell'anidride carbonica solida. Con questo metodo, non solo saremmo giunti a stabilire la nuova forma di  $\beta$ -bismuto conformemente a quanto osservano Cohen e Moesveld, ma avremmo concentrato anche la quantità del cloro disciolto. Mentre infatti la parte metallica del bismuto, deposto lentamente dalle varie concentrazioni, contiene da 0,33 a 0,35 % di cloro, quello ottenuto con brusco raffreddamento ne contiene da 0,54 a 0,57 % determinato nel solito modo.

Si ebbe così:

$d_4^{42^\circ}$ dell'olio di paraffina . . . .	= 0,8613
" del bismuto (pulverizzato). . .	= 9,7477
" della soluz. solida di Bi Cl <sub>3</sub> in Bi	= 9,6210

Il volume specifico è dunque maggiore di quello del bismuto, ma è minore di quello che si calcola per la quantità disciolta di tricloruro con la regola dei miscugli; la qual cosa mostra che il tricloruro non è meccanicamente mescolato. Se però permanga la modificazione del  $\beta$ -bismuto trovata da Cohen e Moesveld <sup>(2)</sup> nonostante che la cristallizzazione si presenti assai diversa nell'aspetto da quella del bismuto ordinario, non possiamo ancora

<sup>(1)</sup> Zeitschr. f. phys. Chem., 85 (1913) pag. 419.

<sup>(2)</sup> loc. cit.

affermarlo perchè, in analogia con quanto avviene per il  $\beta$ -bismuto lasciato in presenza di una soluzione di cloruro di potassio, anche qui la presenza del tricloruro di bismuto potrebbe accelerare la trasformazione



Abbiamo anche tentato di assicurarci se la nostra soluzione solida mantiene, per la temperatura di fusione del bismuto, le differenze già rilevate, tanto più che per il bismuto liquido, com'è noto, la densità risulta maggiore di quella misurata allo stato solido. Tanto usando il metodo del dott. Day <sup>(1)</sup> adoperato per la determinazione del peso specifico dei minerali ad alta temperatura, quanto servendoci del noto metodo di Westphal, non abbiamo potuto rendere così rapida la misura da eliminare tutte le cause di errore che contemporaneamente si presentano e per la grande densità del bismuto e per la piccola quantità di tricloruro che tende a sublimare. Il blocco di platino galleggiante, per quanto fosse da noi rivestito con una pellicola estremamente sottile di *platin-glas*, riusciva sempre ancora poco pesante per equilibrare la bilancia tanto rapidamente da evitare perdite in tricloruro di bismuto. I valori tornerebbero infatti assai vicini a quelli trovati per il bismuto liquido. Noi troviamo 10,09, mentre Roberts e Wrigtson <sup>(2)</sup> trovarono 10,039 e Vicentini e Omodei <sup>(1)</sup> 10,004.

Da quello che finora fu da noi esposto è lecito dunque concludere quanto appresso;

1°) nella fusione dei miscugli di bismuto e tricloruro di bismuto non si forma alcun composto definito sotto clorurato (contrariamente a quanto avevano affermato antichi sperimentatori e più recentemente Eggink, il quale ammise la formazione del  $\text{BiCl}$ ), ma si forma invece, per un intervallo di concentrazione, una serie di cristalli misti ( $\alpha$ );

2°) questi subiscono una trasformazione in una forma da noi detta  $\beta$ , trasformazione che è accompagnata da un notevole sviluppo di calore;

3°) il punto di fusione di questi cristalli  $\beta$  è sempre superiore ai punti di fusione dei due componenti bismuto e tricloruro di bismuto;

4°) dai cristalli  $\beta$ , dopo la completa fusione, si riottengono nel raffreddamento cristalli  $\alpha$  di altra composizione, in presenza di due strati liquidi che riproducono i medesimi fenomeni.

<sup>(1)</sup> Day e Soman, Journ. of. ind. and chem., 4 IV 7 (1912). Vedi anche D. F. M. Jaeger, *Anleitung zur Ausführung exakter phys-chem. Messungen bei höheren Temperaturen* [Wolters-Groningen (1913) pag. 125].

<sup>(2)</sup> Phil. Mag. [5] 13, 360; Pogg. Beibl. 5 (1881), 817.

Geologia. — *Osservazioni geologiche nei dintorni di Vico (Gargano)* <sup>(1)</sup>. Nota del dott. G. CHECCHIA-RISPOLI, presentata dal Socio C. F. PARONA.

Dallo studio del Viola e del Cassetti, che è il più recente lavoro d'insieme sulla geologia del promontorio garganico, si apprende che a Vico e negli immediati dintorni, oltre del Neocomiano, viene indicata con il nome troppo vago di *Ippuritico* un'altra formazione, di cui nessun fossile era finora conosciuto. Dagli stessi autori tale formazione è paragonata a quella molto più estesa e potente, che da Montesantangelo scende sino a Manfredonia, riferita tutta al Turoniano « per la presenza di alcuni modelli distinti di *Hippurites cornuaccinum* ».

Ecco intanto quello che io ho potuto constatare in alcune escursioni da me compiute, or è qualche anno, nei dintorni di Vico Garganico.

Sugli scisti marnosi con *Peregrinella peregrina* d'Orb. del Neocomiano poggia in immediato contatto un complesso calcareo, potente 100 m. circa, e nettamente stratificato. Tra la formazione marnosa e quella calcarea vi è di sconcordanza, perchè, mentre gli strati neocomiani pendono a nord-est di circa 35°, i soprastanti calcari pendono solo di 15° verso est.

Questo complesso consta di un calcare arenaceo grossolano, di aspetto e consistenza tufacei (localmente detto *tufo*), talora farinoso, di color bianco-gialliccio, che contiene strati di selce giallastra. Lo spessore del *tufo* è di appena una ventina di metri.

Esso, specialmente nella sua parte superiore, passa gradatamente e concordantemente ad un altro calcare di aspetto molto differente, il quale è durissimo, semicristallino, bucherellato, di color bianco. Questo è pure stratificato e contiene, anzichè strati, dei noduli di selce giallastra.

Tanto il calcare tenero quanto quello cristallino sono fossiliferi. Infatti, in una delle cave che esistono nello spessore del tufo (essendo esso adoperato come materiale da costruzione), presso l'abitato di Vico, ho raccolto, oltre a vari frammenti di radioli di *Cidaris* e a qualche *Terebratulina*, numerosissimi foraminiferi, appartenenti al gen. *Orbitolina*. Tale e tanta è l'abbondanza di queste, che la roccia in alcuni punti ne è interamente costituita, risultando dall'accumulo di questi foraminiferi tenuti insieme da un po' di cemento calcareo. Essendo la roccia tenera, io ho potuto facilmente isolare moltissimi esemplari.

(1) Lavoro eseguito nel R. Ufficio Geologico.

Nei calcari duri, bucherellati, invece le Orbitoline sono scarse ed abbondano i Molluschi. Questi, per la durezza della roccia, sono difficili ad estrarli; fortunatamente però spesso si trovano silicizzati ed allora, trattando il calcare con una soluzione acida, si possono bene isolare. Così ottenni vari molluschi, oltre a qualche brachiopodo (*Terebratula*) ed alcune orbitoline.

Il prof. C. F. Parona, che ha voluto gentilmente prendere in esame i fossili di Vico, mi ha comunicato anche i risultati del suo studio, che io qui brevemente riassumo.

Le orbitoline, da me raccolte nel calcare tufaceo, secondo la determinazione del dott. Prever, appartengono alle seguenti specie:

<i>Orbitolina anomala</i> Prev.	<i>Orbitolina Paronai</i> Prev.
" cfr. <i>discoidea</i> Gras	" <i>ovulum</i> Prev.
" <i>bulgarica</i> Desh.	" cfr. <i>concava</i> Lmk.
" <i>Boehmi</i> Prev.	" <i>conoidea</i> Gras.

I fossili del calcare duro, semicristallino, sono i seguenti:

<i>Nerinea Stoppanii</i> Gemm.	<i>Monopleura forojuliensis</i> Pir.
<i>Caprotina Roemeri</i> Gemm.	<i>Praeradiolites Pironai</i> Par.
<i>Sphaerucaprina Woodwardi</i> Gemm.	<i>Radiolites radiosus</i> d'Orb.

Il complesso delle *Orbitolina* corrisponde strettamente alla fauna orbitolinica dei Monti d'Ocre nell'Abruzzo Aquilano. Come è noto, la ricca fauna di Orbitoline, Coralli e Molluschi dei Monti d'Ocre è cenomaniana.

La fauna del calcare duro contiene un complesso di forme, parte del Cenomaniano e parte del Turoniano. Il prof. Parona nota pure che la *Monopleura forojuliensis* è un fossile che passa dal Cenomaniano al Turoniano.

Dallo studio dei fossili il sullodato professore conclude per l'età cenomaniano-turoniana del complesso da me descritto. E veramente, dato lo spessore (circa 100 m.) della serie, è lecito di supporre che gli strati più bassi, soprastanti al Neocomiano, quelli oltremodo ricchi di *Orbitolina*, appartengono al Cenomaniano, mentre quelli meno ricchi di *Orbitolina* e con i molluschi su citati appartengono al Turoniano. Resta però il fatto della associazione di alcune forme cenomaniane con altre più giovani negli stessi strati del Turoniano. Tale questione merita di essere studiata per stabilire se si tratta di fossili rimestati, come crede il prof. Parona, o se i vari fossili silicizzati che io stesso raccolsi provengono proprio da strati di passaggio del Cenomaniano al Turoniano.

\* \* \*

Sulla serie cenomaniano-turoniana e negli stessi dintorni di Vico, cioè nella regione di Coppa del Carmine, io ho potuto inoltre distinguere un altro fascio di strati molto potenti di calcari, i quali però sono litologicamente



dissimili da quelli precedentemente descritti: essi sono teneri, sporcanti, bianchissimi e ricordano la *craie* di Francia. Tali calcari, per un buon tratto, si sviluppano lungo la mulattiera Vico-San Menaio.

In una delle numerose cave nelle vicinanze dell'abitato (questo calcare, per la sua qualità, è preferito a quello tufaceo) ho raccolto, oltre a qualche frammento di grandi ippuriti e radiolitidi, un buon esemplare della *Durania austinensis* Roem. e di *Dur. apula* Par., che indicano l'età senoniana di questo calcare più elevato di tutta la serie ippuritica vichese.

Or non essendo a me note, in tutto il resto del Gargano, altre località in cui il Senoniano si presenta con una *facies* simile a quella ora descritta, si deve dedurre che, molto presumibilmente, gran parte del materiale della collezione Costa, illustrato dal prof. Parona e che io anche ho potuto vedere, debba provenire dai dintorni di Vico.

Così anche dai dintorni di Vico deve provenire la *Hippurites cornucopiae* Defr. del Gargano indicata dal Douvillé e che è una specie maëstrichtiana. Intanto ricordiamo che della formazione senoniana garganica, pur essendo noti i fossili, si ignorava finora il luogo preciso di affioramento.

Questo è quanto posso per ora dire sulla formazione a rudiste di Vico. Gli studi successivi, che mi propongo di eseguire su quella massa calcarea, del resto poco estesa, serviranno a precisare meglio i limiti e lo spessore delle varie formazioni sopracretacee.

Lo studio del calcare a rudiste di Vico è tanto più interessante in quanto che esso potrà fornire gli elementi necessari per la determinazione cronologica dell'altra grande massa dello stesso terreno che da Ischitella e da Rodi si estende sino al Crocifisso di Varano e dell'altra, ancor più grande, la quale da Montesantangelo scende sino a Manfredonia.

**Geologia.** — *Il Lithothamnium topiiforme di Unger nel calcare ad Amphistegina di Nettuno, di Pianosa e dei Bagni di Casciana.* Nota della dottoressa CATERINA SAMSONOFF-ARUFFO, presentata dal Socio DE STEFANI.

Continuando lo studio delle alghe calcaree fossili raccolte nel Museo geologico di Firenze <sup>(1)</sup>, ho trovato nel calcare ad *Amphistegina* e *Lithothamnium* proveniente da diverse località (Nettuno, Isola di Pianosa, Bagni di Casciana) la stessa specie di alga calcarea, che ho poi riconosciuto per il *Lithothamnium topiiforme* di Unger.

Lo studio microscopico fu eseguito sopra sezioni di esemplari provenienti da tutte e tre le località indicate.

Il preparato ottenuto dall'esemplare di Nettuno rappresenta la sezione di diversi rami di alga, riuniti fra loro da briozoi. Alcuni rami sono sezionati trasversalmente, altri per il lungo. Si nota subito, anche ad occhio nudo, la struttura eccentrica dei rami. La porzione midollare varia nelle sue dimensioni, ma spesso è piccola e situata eccentricamente, cioè le zone di accrescimento successivo che formano la corteccia sono spesso localizzate da un lato soltanto. Qualche volta si possono osservare due midolli che confluiscono fra loro e sono circondati da una corteccia comune, che forma spesso delle protuberanze o ramificazioni in direzioni opposte. Tanto nel midollo, quanto nella corteccia, la disposizione in zone è ben distinta, ma è soprattutto evidentissima nella corteccia. Le zone scure e chiare si alternano e sono separate da linee scure. Grossolanamente si può paragonare la struttura di questi rami sezionati con la struttura dei granuli d'amido di patate, semplici e semicomposti. L'ilo eccentrico corrisponderebbe al midollo, le zone alternativamente scure e chiare, alla corteccia. Questa struttura è più di tutto manifesta nell'esemplare di Pianosa.

Le zone di accrescimento successivo sono rare volte regolari; per lo più esse variano di spessore e di estensione; alle volte sono ondulate e spesso accavallate l'una sopra l'altra. La struttura più regolare si ha nell'esemplare di Pianosa, che è anche il meglio conservato.

L'apice dei rami non finisce mai a punta, ma è arrotondato e, qualche volta, leggermente dilatato. Queste zone di accrescimento sono generalmente

(<sup>1</sup>) Dottoressa Caterina Samsonoff, *Sopra due alghe calcaree fossili della famiglia delle Corallinacee* (Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, vol. XXIII, serie 5<sup>a</sup>, 2° sem., fasc. 6°, 1914).

ben evidenti nella loro porzione mediana, e vanno assottigliandosi e confondendosi lateralmente. La frequenza di due nuclei midollari circondati da una comune corteccia fa supporre che la ramificazione dicotomica non sia rara nella nostra specie.

Non ho potuto osservare che una sola specie di tessuto, e cioè il *peritallo*. La porzione midollare dei rami si mostra formata — in sezione trasversale — di cellule arrotondate o leggermente poligonali, di dimensioni presso a poco uguali.

Mancano assolutamente le *cellule doppie del Pilger* <sup>(1)</sup>, come anche gli *eterocisti*. Il tessuto è dunque omogeneo e regolare, ma non compatto, perchè presenta delle lacune. La parte midollare, che può essere, come abbiamo già detto, più o meno importante, si unisce alla corteccia con una zona di tessuto in cui le cellule sono tagliate obliquamente.

Anche nel midollo si possono osservare delle zone alternativamente scure e chiare, soprattutto quando la sezione non è troppo sottile. Riassumendo, vediamo che il tessuto dell'alga non è molto compatto, ma molto regolare e omogeneo, e che la corteccia è formata di zone concentriche più o meno regolari, ma ben evidenti.

Le cellule sono rettangolari, disposte in serie verticali diritte, alle volte però anche i setti tangenziali delle cellule si trovano allo stesso livello, ciò che rende meno evidente la disposizione radiale. Qualche volta le serie cellulari si ripiegano lateralmente a ventaglio. Manca l'aspetto a grata o reticolo. Mi è sembrato che le cellule delle zone scure sono più corte e quadrate; però il tessuto non è ben conservato, e la sua osservazione non è facile per i dettagli.

Le cellule sono circa due volte più lunghe che larghe, come risulta dalle misure col micrometro oculare.

Verso la superficie i rami sono limitati da una specie di scorza, formata di elementi quadrati un po' più piccoli. Gli organi di riproduzione mancano del tutto; si tratta probabilmente di esemplari sterili.

Nel tallo sono frequenti le cavità e le rotture. Le zonature sono visibili anche a occhio nudo sul preparato.

Ho due pezzi di calcare ad *Amphistegina* provenienti dal Pliocene di Nettuno, raccolti dal prof. De Stefani; uno ha la forma di un nodulo da 3.89 cm. a 2,8 cm. di diametro, con la superficie mamillare formata dalle estremità dei rami dell'alga appressati gli uni agli altri.

Le dimensioni dei rami variano da 2 a 5 millimetri; la loro estremità è arrotondata; però la superficie del nodulo è piuttosto consumata ed in parte inerostata di sabbia e di briozoi. In due punti si vedono, sulla superficie dei

<sup>(1)</sup> R. Pilger, *Ein Beitrag zur Kenntniss der Corallinaceae* (Engler's botanische Jahrbücher. Band 41, Heft IV, 1908, pp. 241-269).

rami, delle piccole cavità rotonde con una prominenza nel mezzo: è probabile che si tratti di concettacoli. L'altro pezzo ha servito per fare la sezione: sulla superficie levigata si vedono benissimo i singoli rami generalmente isolati o uniti alla base, sezionati in tutte le direzioni e tenuti insieme da un impasto di briozoi, minutissimi frammenti di conchiglia e sabbia cementata. La lunghezza dei rami è di 0.85 cm., 0.67 cm., 0.5 cm., 0.46 cm., 0.75 cm.; il diametro è di 0.2 cm., 0.27 cm., 0.3 cm. Là, dove i rami sono stati frantumati, i piani di sgusciamento del tessuto sono evidentissimi; anche le zone concentriche di accrescimento sono molto visibili nei rami sezionati; qualche volta queste zone si alternano con delle discontinuità concentriche nel tallo.

Dell'isola di Pianosa, oltre all'esemplare dal quale è stata ricavata la sezione, appartenente all'antica collezione Foresi, non ho che dei frammenti di rami anastomizzati fra di loro o ramificati; alcuni di questi sono isolati e arrotondati e rappresentano le estremità delle ramificazioni. I rami hanno uno spessore di 0.45 cm., 0.3 cm., 0.3 cm., 0.3 cm., 0.25 cm., 0.5 cm., 0.53 cm. Vediamo dunque che i rami dell'esemplare di Pianosa hanno un diametro leggermente superiore a quello dell'esemplare di Nettuno. Però spesso in questa nostra specie l'estremità dei rami è leggermente rigonfiata. I concettacoli mancano: la superficie dei rami è bianca, liscia; in alcuni punti si vedono i piani di sgusciamento. L'altro pezzo ha servito per preparare la sezione: è un piccolo conglomerato di rami sezionati obliquamente; si vedono bene le zone concentriche di accrescimento, alternantisi con strie o solchi. Il diametro dei rami è di 0.5 cm., 0.3 cm., 0.3 cm., 0.25 cm.

Dai Bagni di Casciana ho due campioni di calcare con *Lithothamnium* ed *Amphistegina*. Essi furono raccolti dal prof. C. De Stefani in piccoli scogli sopra l'argilla pliocenica e sotto il Travertino all'Orto Merello ai Bagni di Casciana.

Nel calcare grigio-giallognolo, insieme con foraminifere e frammenti di conchiglie, si trovano impastati dei rami di *Lithothamnium*. Essi sono bianchi, poco consistenti, disseminati ovunque e presentano ben evidenti le zonature concentriche dovute agli strati di accrescimento successivo. In molti punti si vede, sotto agli strati superficiali sgusciati, l'apice del midollo arrotondato, compatto, di un bianco sporco lucente.

I rami hanno una lunghezza di 0.8 cm., 0.8 cm., 0.65 cm., 0.57 cm., 0.97 cm., ed un diametro di 0.2 cm., 0.2 cm., 0.2 cm., 0.2 cm., 0.3 cm., 0.15 cm., 0.2 cm., 0.3 cm., 0.18 cm. ecc.: come si vede, il diametro è assai regolare.

Se anche nella nostra pianta mancano gli organi di riproduzione, che hanno un'importanza decisiva nella diagnosi, pure la sua struttura anatomica ci permette di riferirla al gen. *Lithothamnium* ed anzi alla sezione quinta (signora Lemoine), considerando la mancanza di una porzione crosti-



forme del tallo, la sua forma ramosa e la struttura del tessuto a zone colorate.

La nostra specie corrisponde tanto alla descrizione, quanto alle figure del *Lithothamnium soriferum* Kjellmann <sup>(1)</sup>. Infatti in ambo le specie la parte centrale compatta è molto ridotta, la ramificazione del tallo avviene precocemente, i rami sono spesso anastomizzati durante lo sviluppo, il loro apice è spesso rigonfiato alquanto ed arrotondato. Le dimensioni dei rami sono presso a poco le stesse. Tanto nella pianta descritta dal Kjellmann, come nella nostra, si può distinguere nel ramo una parte centrale midollare, formata di cellule poligonali ed una parte periferica, maggiormente sviluppata, formata di zone concentriche ben distinte, alternativamente scure e chiare. Le cellule sono disposte in serie radiali e tangenziali. In tutte e due le specie le zone chiare sono formate di cellule rettangolari, mentre le zone scure sono formate di cellule più corte, quasi quadrate, a pareti più spesse. Ritengo perciò che la pianta, trovata nei terreni pliocenici di Nettuno, Pianosa e Bagni di Casciana, sia identica al *Lithothamnium soriferum* descritto dal Kjellmann nell'opera citata. Foslie, nel suo lavoro « The Norwegian Forms of Lithothamnion » <sup>(2)</sup> considera il *Lithothamnium soriferum* Kjell. come sinonimo del *Lithothamnium tophiforme* Unger. Egli ne distingue diverse forme: f. *globosa*, f. *tipica*, f. *squarrosa*, f. *alcicornis*, ed accetta il nome specifico dato da Unger, come il più antico. La signora Lemoine parla diffusamente, nel suo lavoro <sup>(3)</sup>, del *Lithothamnium tophiforme* Unger (*L. soriferum* Kjell.) riportando sotto questa denominazione specifica diverse forme, descritte dagli autori come specie distinte. Essa considera le quattro specie seguenti:

*Lithothamnium tophiforme* Unger  
*Lithothamnium soriferum* Kjellmann  
*Lithothamnium nodulosum* Foslie  
*Lithothamnium fornicatum* Foslie

come appartenenti ad un'unica specie, per la quale serba il nome, più antico, di *tophiforme* Unger. L'autrice dà una sinonimia bibliografica dettagliata per ognuna di queste quattro forme e discute lungamente sul valore dei caratteri differenziali che hanno servito agli autori per distinguere queste specie.

<sup>(1)</sup> Kjellmann, *The algae of the Arctic Sea* (Kongel Svenska Vet. Akademie Handl., Band. XX, no. 5, 344 pages, 31 planches, an. 1883).

<sup>(2)</sup> M. Foslie, *The Norwegian forms of Lithothamnion* (Det Kongelige norske Videnskabers Selskabs Skrifter, 1894-1895).

<sup>(3)</sup> Madame Paul Lemoine, *Structure anatomique des Mélobésiées* (Annales de l'Institut Océanographique, tome II, fasc. 2, Monaco 1911).

La signora Lemoine ammette però la possibilità di distinguere due forme nella specie unica:

<i>L. tophiforme</i>	<i>L. nodulosum</i>
<i>L. soriferum</i>	<i>L. fornicatum.</i>

Il *Lithothamnium tophiforme* di Unger è stato dunque trovato nel calcare di Leitha da Unger eppoi, vivente, da Foslie e Kjellmann nella parte superiore dell'Atlantico lungo le coste della Norvegia, nel Mar Bianco (Gobì), sulle coste islandiche (Stroemfelt), in Groenlandia (Rosenvinge).

Ritrovando ora la specie di Unger nei terreni pliocenici del Mediterraneo, troviamo dunque un anello d'unione fra la sua presenza nel Miocene medio e nell'epoca attuale.

Considerando la specie da me descritta come identica al *L. soriferum* Kjell. accetto, insieme cogli autori recenti (Foslie, Lemoine), il nome, più antico, di *Lithothamnium tophiforme* Unger.

Botanica. — *Nuovi micromiceti liguri*. Nota del dott. LUIGI MAFFEI, presentata dal Socio GIOVANNI BRIOSI.

Sto studiando la microflora della Liguria, circa la quale ho di già pubblicato tre contributi (<sup>1</sup>). Un quarto, in corso, vedrà la luce come i precedenti, negli Atti dell'Istituto Botanico di Pavia ove le ricerche relative si compiono.

Fra il materiale micologico da me raccolto lo scorso anno, ho trovato alcune specie di funghi nuovi ed interessanti che attaccano piante colturali di non piccola importanza; funghi che verranno figurati in una tavola litografata nel lavoro definitivo.

### Pleospora.

*Pleospora Briosiana* n. sp. *Maculis amphigenis, umbrinis vel avellaneo brunneis, castaneo cinctis, irregularibus, marginalibus vel latis, peritheciis punctiformibus, gregariis, innato erumpentibus, prominulis, poro pertusis 180-250  $\simeq$  80-90  $\mu$ ; ascis clavatis 98-106  $\simeq$  23-24  $\mu$  octosporis; sporis distichi, 5-7-septato-muriformibus, tertio et quarto loculo plerumque inflatis 28-30  $\simeq$  11-12  $\mu$  ellipsoideis, apice leviter acuminatis, melleis, paraphysibus filiformibus septatis.*

HAB. in foliis vivis *Bignoniae buccinatoriae*. Chiavari (Liguria).

Attacca le foglie di *Bignonia buccinatoria* e produce delle macchie di varia forma. In molte foglie l'alterazione incomincia all'apice e procede verso

(<sup>1</sup>) *Contribuzione allo studio della Micologia Ligustica*. I. *Contributo* in Atti Ist. Bot. di Pavia; serie II, vol. 12, pag. 1; II. *Contr.* vol. 13, pag. 273; III. *Contr.* vol. 14, pag. 137.

la base invadendo gran parte del lembo fogliare: in altre l'alterazione si limita ai margini, pur prendendo una discreta estensione. Le macchie hanno color nocciola, sono marginate di scuro e sfumate.

### Phomopsis.

**Phomopsis Cocculi** n. sp. *Maculis magnis plerumque in foliorum apice, albo-griseis, irregularibus, nigro late marginalis; picnidiis amphigenis, globoso-depressis, subcutaneis 160-180  $\mu$  diam.; sporulis ovato-ellipticis 6-11  $\simeq$  2-3  $\mu$  biguttulatis, granulosis, hyalinis, sporophoris filiformibus.*

HAB. in foliis vivis *Cocculi laurifolii*. Chiavari (Liguria).

Le foglie di *Cocculus laurifolius* attaccate da questo fungillo presentano delle macchie color cenerino chiaro, irregolarmente marginate di nero, sfumanti al nocciola.

Per lo più le macchie sono apicali e occupano circa un terzo del lembo fogliare. Nelle macchie si osservano i corpi fruttiferi del fungo che si sviluppano su ambo le pagine della foglia.

### Macrophoma.

**Macrophoma Yuccae** n. sp. *Maculis indistinctis vel margine obscuro circumscriptis; picnidiis majusculis, innato erumpentibus, gregariis, sporulis subfusiformibus, pallide chlorinis, granulosis, enucleatis 20-23  $\simeq$  5-7  $\mu$ , basidiis filiformibus suffultis.*

HAB. in foliis *Yuccae gloriosae*. Nervi (Liguria).

Ho trovato questo micromicete sulle foglie di *Yucca gloriosa* a Nervi. I corpi fruttiferi si sviluppano in macchie mal delimitate o circoscritte da un margine oscuro. Il *Macrophoma Cavarae*, descritto da Pollacci sopra *Yucca Draco* e *Dasyllirion longifolium*, presenta le spore di dimensioni maggiori (36-39  $\simeq$  13,50  $\mu$ ) e di forma tozza elittica con grosso nucleo nel mezzo. Tali caratteri lo distinguono dalla mia specie. Le differenze le ho direttamente controllate confrontando la specie mia con quella degli essiccati del Pollacci.

**Macrophoma Cinnamomi-glanduliferi** n. sp. *Maculis amphigenis, avellaneis obscure limitatis, magnam partem foliorum ambientibus; picnidiis majusculis, gregariis, innato erumpentibus, plerumque epiphyllis 190-200  $\simeq$  150-160  $\mu$ ; sporulis oblongis vel fusiformibus, apicibus obtusis, hyalinis, granulosis, guttulatis 20-25  $\simeq$  4-7  $\mu$ ; sporophoris aequilongis, dense stipatis, subclavatis, hyalinis.*

HAB. in foliis vivis *Cinnamomi glanduliferi*. Chiavari, Sarzana (Liguria).

Questa specie attacca le foglie di *Cinnamomum glanduliferum* e la raccolsi nel giardino della villa Pallavicini-Rocca a Chiavari e in quello della villa Olandini a Sarzana.

Forma grandi macchie di color nocciola più o meno accentuate, limitate da un margine più scuro.

Gran parte delle piante attaccate era ridotta in cattivo stato per la invasione del parassita.

Patologia vegetale. — *Svernamento di Oidium sp. parassita della Photinia serrulata*. Nota del prof. VITTORIO PEGLION, presentata dal Socio G. CUBONI.

Ho osservato la prima volta questa micosi della *Photinia serrulata* sei anni or sono, quando mi occupavo del problema dello svernamento delle *Erysiphaceae* allo stato conidioforo nelle gemme degli ospiti.

In una siepe di *Photinia*, fiancheggiante un'aiuola dei pubblici giardini di Ferrara, la comparsa di oidio sui getti appena sbocciati richiamò allora la mia attenzione; ma non mi fu possibile di ripetere le indagini a tempo debito in seguito all'abbattimento della siepe stessa. Avendo riscontrato in questi ultimi anni l'infezione assai diffusa sulle *Photinia*, coltivate nei giardini di Bologna, ne ho ripreso lo studio rivolto soprattutto a chiarire se anche questo parassita rientri nel novero delle forme che svernano nelle gemme.

Premetto che, per quante indagini abbia compiuto non sono mai riuscito a rinvenire la forma periteciale del parassita; allo stato conidioforo esso presenta una grande analogia con *Oidium farinosum* che vive parassita del melo e che vien riferito a *Podosphaera leucotricha*, assai diffuso, com'è noto, nella regione emiliana, e svernante allo stato conidioforo nelle gemme dell'ospite. I getti di *Photinia* colpiti sono ricoperti da un fitto strato farinoso che avvolge entrambe le pagine foliari, il picciuolo e la parte erbacea del getto: essi rimangono rachitici e spesso disseccano prematuramente, soggiacendo anche a deformazioni più o meno accentuate.

I conidiofori formano catenelle di 7-10 articoli, lunghe da 100 a 120  $\mu$ ; i conidii maturi sono ovali e misurano  $30-35 \times 15-18 \mu$ : il meccanismo di formazione sembra riferibile al primo tipo stabilito dal Foex <sup>(1)</sup> in rapporto a *Sphaerotheca pannosa* e altre specie.

Venendo ora all'ibernazione di questo parassita, nella primavera 1915 ebbi agio di constatare la schiusura di numerose gemme dalle quali presero origine getti uniformemente ricoperti da un fitto strato miceliale e che spiccavano in mezzo ai germogli immuni. Soltanto qualche tempo dopo comparvero macchie di oidio sporadicamente disseminate sulle foglie di questi ultimi e

(1) Foex Ét. *Les conidiophores des Erysiphacées*. Ann. de l'Ecole de Montpellier, XI.



derivanti probabilmente dai conidii disseminati dai getti infetti. Insomma lo stesso andamento che si constata seguendo l'andamento delle infezioni dei rispettivi oidii su quercia, melo, rosa di cui mi sono occupato in passato.

Quest'anno, in seguito alla mite stagione, le gemme di *Photinia serrulata* accennavano a muovere sino dalla seconda decade di febbraio: osservandone alcuni esemplari situati nel giardino Cavour e a S. Michele in Bosco, fui colpito dal diverso grado di sviluppo presentato dalle gemme di uno stesso individuo: quelle più avanzate, allo studio microscopico, risultarono sane, normali. Le più arretrate — tuttora chiuse ed appena rigonfie — sezionate, si rivelarono invece costantemente infette da oidio: il micelio, con abbondante produzione di conidiofori, riveste la faccia interna delle squame protettive; ma esso è più rigogliosamente sviluppato sul cono vegetativo e sui rudimenti foliari. Assoggettando queste gemme alla forzatura in termostato, si provoca rapidamente la schiusura dei germogli caratteristicamente invasi dal parassita.

Questo nuovo esempio di svernamento allo stato vegetativo, da aggiungersi ai numerosi casi rivelati dallo studio delle Erisifacee, conferma la frequenza in natura del fenomeno di stretto adattamento del ciclo biologico del parassita alle vicende vegetative dell'ospite. Fenomeno constatato ormai in parecchie specie fungine appartenenti ad altri gruppi naturali: ricordo lo svernamento allo stato miceliale di alcune Ustilaginacee — carboni volanti illustrati da Hecke, Brefeld ed altri — di Uredinacee — illustrate da Fischer e Tréboux — di Peronosporacee di cui numerosi esempi si conoscono per opera del De Bary, Magnus e più di recente del Melhus (<sup>1</sup>). La frequenza del fenomeno è tale da menomare il significato delle fruttificazioni evolute (periteci, oospore clamidospore) in confronto all'apparato vegetativo ed alle fruttificazioni agamiche per quanto concerne la conservazione della specie durante la stagione avversa od il riposo dell'ospite. Inoltre tali particolarità biologiche, possono fornire utili indicazioni per impostare su basi positive i metodi di difesa, richiesti dalla pratica.

(<sup>1</sup>) Melhus I. E., *Perennial myceliums in species of Peronosporaceae related to Ph. infestans*, Journ. of. Agr. Res. V. 2.

**Zoologia.** — *Osservazioni morfologiche sulla Recurvaria nanella* Hb. <sup>(1)</sup>. Nota di ARMANDO MIGNONE, presentata dal Socio BATTISTA GRASSI.

Sui caratteri morfologici della *Recurvaria nanella* Hb., gli autori <sup>(2)</sup> danno soltanto cenni molto sommarii e, anche questi, poco esatti, così che riesce impossibile la identificazione della specie nei suoi differenti stadii di sviluppo. Con la descrizione che segue colmiamo questa lacuna.



FIG. 1. — Adulto ♂ di *Recurvaria nanella* Hb.

(Ingrandimento: 10 diametri).

**ADULTO** (fig. 1). Capo che appare grigio per la mescolanza di bianco a riflessi argentei e di nero intenso.

Sul capo, posteriormente agli occhi e lateralmente, due ciuffetti di squame grigie, piegati verso la linea mediana sino ad incontrarsi, che nascondono completamente la linea di attacco del capo con il torace.

<sup>(1)</sup> Mi ha indirizzato nello studio la dottoressa Anna Foà, alla quale porgo vivi ringraziamenti.

<sup>(2)</sup> Houghton J. T., *Contribution to the life-history of Gelechia (Recurvaria) nanella* Hb., from an economic point of view, Ent. Mo. Mag., Ser. 2<sup>a</sup>, vol. XIV (vol. XXXIX), 1903, pp. 219 e 220; Mees A., in Spuler A., *Die Schmetterlinge Europas*, 1910, II Band, pag. 356. Anche nella recente pubblicazione di Scott E. W. e Paine J. H.,

Occhi composti, molto sviluppati, con aspetto reniforme per due escavazioni (in corrispondenza dell'inserzione delle antenne) nelle quali si estendono i processi laterali della fronte.

Antenne setiformi, lunghe all'incirca i due terzi dell'insetto ad ali chiuse; si articolano sulla fronte in fossette quasi circolari, situate fra i due occhi composti e molto prossime ad essi. Multi-articolate, con numero di articoli variabile tanto nel maschio quanto nella femmina. Negli esemplari da noi osservati abbiamo contato, nei maschi, un minimo di 36 articoli e un massimo di 39; nelle femmine, da 32 a 37.

Gli articoli, eccettuati i due primi e il terminale, hanno forma cilindrica. Essi sono coperti di squame fitte, quali bianche quali nere, disposte regolarmente in modo da formare tanti anelli bianchi e neri alternantisi.

Questi anelli sono ben distinti ed evidentissimi, contrariamente a quanto nota il Busck nella sua breve descrizione.

L'articolo terminale, poco più lungo che gli altri dell'estremità dell'antenna, ha forma ovale o sensibilmente conica e porta all'apice un sensillo di forma cilindrica terminante a punta smussata, lungo all'incirca  $\frac{1}{5}$  dell'articolo, armato di minutissime spine e circondato, alla base, da 4 peli divergenti, quasi della stessa lunghezza. Altri peli (da 8 a 12, e forse più) sono sparsi su tutta la superficie dell'articolo. In minor numero si trovano anche negli altri articoli dell'estremità dell'antenna, sempre più radi man mano che ci si allontana da quello terminale.

Lo scapo è lungo più del doppio degli articoli del funicolo aventi dimensioni medie, e molto più grosso di essi; il 2° articolo è breve, tozzo, di forma obconica.

Palpi mascellari corti e delicati, con 4 articoli; di forma cilindrica, molto sottili, immessi l'uno nell'altro; il quarto, più grosso e più lungo, rigonfiato notevolmente alla base, va affusolandosi all'estremità terminando a punta e curvandosi verso la linea mediana del capo.

Palpi labiali ben sviluppati, di 3 articoli, incurvati in alto, così che, osservando la farfalla dal dorso, appaiono sopravanzare davanti al capo come due cornetti.

L'articolo basale è molto corto. L'articolo medio è il più lungo, ed è quello principalmente che determina la curvatura del palpo; verso la sua estremità distale appare alquanto rigonfiato. L'articolo terminale è più breve

---

*The lesser bud-moth*, U. S. D. A. Bur. Ent. Bull. n. 113, per la parte morfologica è solo riportata una descrizione molto sommaria del Busck (Busck A., *A revision of the American moths of the family Gelechiidae*. Proc. U. S. Nat. Mus., vol. XXV, pag. 811. 1903), riferentesi alla *R. crataegella*, che lo stesso Busck e i detti autori riconoscono identica alla *R. nanella* Hb.

e più sottile di quello medio, meno arcuato (quasi dritto in alcuni esemplari) e finisce a punta.

Come le antenne, così i palpi labiali sono coperti da squame bianche e nere, pure disposte regolarmente in modo da formare degli anelli bianchi e neri (questi ultimi in numero di 4: due sull'articolo medio, e due sull'articolo terminale) alternantisi, discernibili agevolmente anche con una semplice lente d'ingrandimento.

Secondo la descrizione del Busck <sup>(1)</sup>, gli anelli neri dovrebbero essere 2 su ogni articolo e, quindi, complessivamente 6. Però all'osservatore se ne presentano solamente 4, e cioè 2 sul 2° e 2 sul 3° articolo. Noi non abbiamo potuto discernerli nel 1° articolo il quale, essendo il più breve, rimane quasi totalmente nascosto sotto gli altri pezzi boccali. Ma probabilmente lo stesso Busck intende riferirsi ai soli articoli visibili, e cioè al 2° e al 3°.

Contrariamente al Mees <sup>(2)</sup>, non abbiamo rilevato una notevole differenza fra la quantità di squame nell'articolo medio e in quello terminale; anzi, negli esemplari da noi osservati, le squame ci sono sembrate più fitte e più lunghe nel secondo che non nel terzo articolo.

Labbro superiore formato, come in tutti i Lepidotteri, di un pezzo trasversale molto corto con la parte mediana prominente. Questa parte, nella specie studiata, forma tre sporgenze, di cui quella di mezzo, più appuntita, è coperta di peli cortissimi, mentre le due laterali (piliferi), più arrotondate, portano dei peli molto lunghi ed abbondanti, convergenti verso la linea mediana.

Le mandibole mancano del tutto.

Sotto il labbro superiore, in corrispondenza delle due sporgenze laterali, vi sono due pezzi chitinosi, assai robusti, che interpretammo come i cardini.

La proboscide, distesa, è lunga circa la metà in più della parte del capo compresa fra il vertice e l'estremo della sporgenza mediana del labbro superiore. È formata tipicamente, come in tutti i Lepidotteri, dei lobi interni delle mascelle, così che le due metà che la costituiscono si possono facilmente separare. Ciascuna di esse è conformata a doccia e presenta la superficie esterna interamente coperta di minutissime spine regolarmente disposte in tante file trasversali parallele, che danno alla spirotromba l'aspetto di una lima. Dei peli abbastanza lunghi, forse sensilli tricoidei tattili, si vedono, pure disposti con regolarità, fra quelli corti e sui margini esterni.

Lungo l'orlo della doccia si notano abbondanti sensilli stiloconici, tanto più frequenti quanto più ci si accosta alla estremità dell'organo.

Il torace, come il capo, appare grigio per mescolanza di bianco e di nero. Protorace corto. Mesotorace più grande del metatorace.

(1) U. S. D. A. Bur. Ent. Bull. n. 113, pag. 4.

(2) Vedi Spuler A., *Die Schmetterlinge Europas*, II Band, Text, 1910, pag. 356.



Ali anteriori (fig. 2) membranose, più grandi di quelle posteriori, ad apice arrotondato, screziate di grigio e di nero, a disegno confuso e con aspetto polveroso, coperte di squame sub-rettangolari, le quali hanno raggi molto fitti e il margine distale frastagliato. Sul tratto prossimale delle nervature sub-costale e radiale vi sono delle squame strette e lunghe allargantisi poco poco dalla base sin quasi all'apice dove cominciano a restringersi nuovamente. Campo alla radice dell'ala grigio-scuro (per mescolanza di bianco e di nero), esternamente nero, limitato da una fascia chiara la quale



FIG. 2. — Ala anteriore privata delle squame e della frangia.  
(Ingrandimento: 15 diametri)

corre obliquamente sino al margine interno e, lungo questo, fino all'angolo interno; nel mezzo della cellula discoidale vi è una macchia longitudinale nera (la più grande) spezzata in due alla metà da una areola bianca, allungata in senso trasversale e a contorni indecisi. Alle estremità della macchia longitudinale, verso il margine anteriore, si vedono due macchioline più piccole, che con la prima formano quasi un semicerchio, aperto verso il margine anteriore, riempito di chiaro.

Dietro alle linee parallele della frangia, dalla parte posteriore, sulla frangia stessa, ma quasi sull'orlo, vi sono tre macchioline longitudinali nere separate da linee chiare e, lungo l'orlo, una linea più chiara.

La frangia è formata da tante ciglia esilissime, dello stesso colorito della lamina alare, cioè bianche con punti neri sparsi confusamente. Sono

questi punti neri, riuniti in gruppetti, che formano le tre macchioline caratteristiche dianzi accennate.

Essa — la frangia — comincia molto corta dopo il terzo anteriore del margine posteriore e continua allungandosi gradatamente sino a raggiungere la massima misura (quanto la maggior larghezza dell'ala) quasi all'inizio dell'orlo. Di qui, sino all'apice dell'ala, la frangia va man mano accorciandosi, per estinguersi dove principia il margine anteriore.

Esistono le tegule alla base della lamina alare.

Le ali anteriori presentano la particolarità di avere la cellula discoidale non totalmente delimitata, cioè aperta. Questo è buon carattere per distinguere subito la *Recurvaria nanella* Hb. da altre specie con le quali, per la grande somiglianza, sarebbe facile di confonderla.

La cellula anale è oblunga.

La 1<sup>a</sup> nervatura (1<sup>ª</sup>, cubitale) sbocca sul margine posteriore in corrispondenza dell'angolo posteriore della cellula discoidale.

La 2<sup>a</sup>, 3<sup>a</sup>, 4<sup>a</sup> e 5<sup>a</sup> costituiscono un unico sistema che si stende nella metà posteriore dell'ala, e i cui rami terminali, molto avvicinati, si innestano tutti ad un ramo più grosso delimitante la cellula discoidale dalla parte posteriore. Questo ramo muore nel campo della radice dell'ala, molto distante dall'inserzione di essa con il mesotorace.

Mentre la 2<sup>a</sup> e 3<sup>a</sup> si dividono anteriormente all'angolo posteriore della cellula discoidale (angolo che nella *Recurvaria nanella* Hb. è quasi piatto) e sboccano sul margine posteriore un poco più sotto del punto in cui finisce l'orlo, la 4<sup>a</sup> e 5<sup>a</sup> si dividono posteriormente al detto angolo e sboccano sull'orlo stesso.

La 2<sup>a</sup> si perde prima di raggiungere il margine.

La 7<sup>a</sup>, 8<sup>a</sup>, 9<sup>a</sup>, 10<sup>a</sup> e 11<sup>a</sup> formano un sistema a sé che si estende nella porzione anteriore dell'ala, e sboccano, abbastanza ravvicinate, nella metà distale del margine anteriore come derivazione di un ramo più grosso, delimitante quasi completamente la cellula discoidale dalla parte anteriore e che raggiunge l'inserzione dell'ala.

La 6<sup>a</sup> entra a far parte di questo sistema, essendo fusa con porzione della 7<sup>a</sup> e dell'8<sup>a</sup>.

Mentre però la 7<sup>a</sup> sbocca all'apice dell'ala, la 6<sup>a</sup> sbocca sull'orlo e concorre a formare la cellula discoidale.

La 5<sup>a</sup> e la 6<sup>a</sup> vengono così a trovarsi relativamente molto allontanate e lo spazio che le separa appartiene alla cellula discoidale.

La 12<sup>a</sup> sbocca sul margine anteriore, quasi allo stesso livello del punto in cui nasce la 11<sup>a</sup>.

Alla base della lamina alare, fra la nervatura sub-costale e la radiale, vi è una zona allungata con numerosi sensilli placoidei.

Ali posteriori (fig. 3) più piccole di quelle anteriori e, come queste, di colore grigio-argenteo, un po' più scuro, tendente al bruno ed uniforme; squame molto piccole (alcune bianche, alcune nere), mescolate insieme confusamente, di forma identica a quelle delle ali anteriori, ma meno folte.

Di forma trapezoidale, strette, molto sottili, lunghe da 4 a 5 volte la larghezza, con un rientramento dell'orlo sotto l'apice, il quale, per tal modo, appare sporgente e alquanto incurvato all'indietro. Munite di frenulo, costituito da un fascetto di 4 lunghe setole.

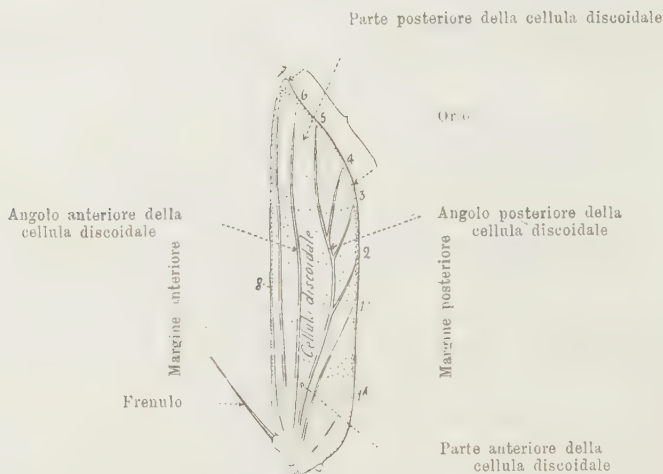


FIG. 3. — Ala posteriore privata delle squame e della frangia.  
(Ingrandimento: 15 diametri)

Sul margine anteriore dell'ala, al lato interno del frenulo, esiste un gruppo di sensilli tricoidei cortissimi, e, dietro la base del frenulo, vi è un'area allungata con molti sensilli placoidei ed alcuni tricoidei. Altri sensilli tricoidei si trovano alla base delle nervature dalla sub-mediana all'anale.

Frangia su tutto il contorno dell'ala, più sviluppata sul margine posteriore e sull'orlo, in taluni punti lunga più del doppio della larghezza dell'ala. Ha di questa lo stesso colorito, un tantino più chiaro.

Sistema delle nervature completo, cioè costituito di 8 rami.

Cellula anale mancante, essendo indipendenti le nervature 1<sup>a</sup> e 1<sup>b</sup>. La 1<sup>a</sup> molto corta, interamente compresa nel campo della radice dell'ala. La 1<sup>b</sup>, più lunga, e molto distante dalla 1<sup>a</sup>, sbocca verso la metà del margine posteriore, vicinissimo alla 2<sup>a</sup>. La 2<sup>a</sup>, 3<sup>a</sup>, 4<sup>a</sup> e 5<sup>a</sup> si riuniscono in un unico ramo e formano tutto un sistema che si estende esclusivamente nel campo anale. Il ramo comune giunge sino all'inserzione della lamina alare con il metatorace.

La 2<sup>a</sup> e 3<sup>a</sup> nascono molto lontane fra loro, prima dell'angolo posteriore della cellula discoidale, ma la 3<sup>a</sup> vicinissima ad esso; decorrono quasi paral-

lamente e perciò sboccano sul margine posteriore, a notevole distanza l'una dall'altra.

La 4<sup>a</sup> e 5<sup>a</sup> nascono dopo l'angolo posteriore della cellula discoidale, molto vicino ad esso, e quindi vicinissime al punto in cui si stacca la 3<sup>a</sup>. Entrambe sboccano sull'orlo, e la distanza marginale che intercede fra loro è più grande di quella che intercede fra l'estremità terminale della 3<sup>a</sup> e quella della 4<sup>a</sup>.

La cellula discoidale è aperta e delimitata posteriormente dalla 5<sup>a</sup> e dal peduncolo di questa, della 4<sup>a</sup>, della 3<sup>a</sup> e della 2<sup>a</sup>, decorrente sino all'inserzione dell'ala.

La 6<sup>a</sup> nasce alla radice dell'ala, scorre sensibilmente parallela al margine anteriore di essa, senza dividersi e forma un angolo molto ottuso (angolo anteriore della cellula discoidale) circa allo stesso livello dell'angolo posteriore della cellula discoidale e sbocca sull'orlo sotto l'apice. Delimita in tutta la sua lunghezza, anteriormente, la cellula discoidale.

La 7<sup>a</sup> nasce anch'essa alla radice della lamina alare e, come la 6<sup>a</sup>, non si ramifica: decorre parallelamente al margine anteriore e termina su questo alla punta dell'ala.

La 8<sup>a</sup>, chitinizzata, finisce verso la metà del margine anteriore seguendo vicinissima e divergendo verso l'inserzione dell'ala.

Secondo Busek (1), il maschio differisce dalla femmina perchè manca, alla base delle ali posteriori, di una appendice che egli chiama « pennello costale » (costal hair pencil). Noi non abbiamo visto finora questo pennello nè sul maschio nè sulla femmina.

Dei caratteri delle altre parti dell'adulto tratteremo in una prossima Nota.

**Parassitologia.** — *Sui trattamenti insetticidi contro le tignuole della vite.* I: *Trattamenti con l'estratto di tabacco.* Nota del dott. MARIO TOPI, presentata dal Socio B. GRASSI.

Premetto alcuni dati cortesemente offertimi dall'amico dott. F. Monticelli, che confermano le osservazioni precedenti fatte nella stessa località (Alice Bel Colle).

Da 268 crisalidi raccolte col metodo Catoni (fascie di stracci avvolte al ceppo della vite ed alle canne dell'impalatura), contenute in tre cassette, schiusero in primavera 142 Eudemis (*Polychrosis botrana*), 14 Conchylis (*C. ambiguella*) e soli 8 imenotteri parassiti.

È rimasta perciò quasi costante, dal 1913, la percentuale rispettiva delle Conchylis e delle Eudemis sul numero totale delle farfalle schiuse (le

(1) U. S. D. A. Bur. Ent. Bull. n. 113, pag. 5.



Conchylis costituiscono sempre meno del 10 %); è però confermato, come già accennammo in una Nota precedente<sup>(1)</sup>, dai dati che esporremo più avanti, che la Conchylis è più abbondante nelle posizioni basse ed umide, come il fondo delle valli, specialmente se rivolte a nord o ad est.

Mentre è aumentata, dagli anni precedenti, la percentuale delle crisalidi parassitizzate da funghi o batteri (38,8 % invece di 21 e 25 %), è invece ancora considerevolmente diminuita la percentuale degli imenotteri parassiti (22 % nel 1913, 14 % nel 1914 ed appena il 3 % nel 1915).

È confermato il fatto, già rilevato in precedenti ricerche<sup>(2)</sup>, della comparsa tardiva, cioè posteriore a quella delle farfalle, degli imenotteri parassiti. Mentre le farfalle sono schiuse in grande abbondanza (135 su 156) nel periodo dal 3 al 17 maggio, nessun imenottero è schiuso antecedentemente, 2 soltanto durante lo stesso periodo, e gli altri 6 sono schiusi dal 18 al 30 maggio, quando la schiusura delle farfalle era terminata o pressochè terminata (solo 5 farfalle sono schiuse dal 20 al 27 maggio).

Questi risultati sono in perfetta contraddizione con quelli pubblicati da G. Catoni<sup>(3)</sup>, che assegna una precedenza di parecchi giorni alla schiusura dei parassiti.

Questo fatto, che ha notevole importanza biologica, per il destino dei parassiti, essendo probabile la presenza di ospiti intermedi se i parassiti schiudessero assai prima delle farfalle; e pratica, per le conseguenze che se ne possono trarre per la diffusione dei parassiti stessi, converrà che sia ulteriormente osservato e controllato.

Nella schiusura si osserva anche una maggiore precocità della Conchylis in confronto dell'Eudemis.

Contro la prima generazione non fu potuto, l'anno scorso, usare nessun trattamento insetticida. Negli esperimenti fatti contro la seconda generazione si adoperarono l'estratto di tabacco al 2 %, e l'acqua calda, preconizzata da L. Semichon, in una Nota presentata all'Accademia delle scienze.

I trattamenti con l'estratto di tabacco si effettuarono in una vigna posta in collina ed esposta a nord-est. I filari trattati furono sei contigui<sup>(4)</sup>, situati

<sup>(1)</sup> Osservazioni e ricerche sulle tignuole della vite in Rend. della R. Accademia dei Lincei, vol. XXIII, serie 5<sup>a</sup>, 1° sem., fasc. 12.

<sup>(2)</sup> Ricerche sulle tignuole della vite in Rend. della R. Accad. dei Lincei, vol. XXIV, serie 5<sup>a</sup>, 1° sem., fasc. 5.

<sup>(3)</sup> G. Catoni, *Die Traubenwickler und ihre natürlichen Feinde in Südtirol*. Zeitschrift für angewandte Entomologie, Berlin, 1914, pag. 248.

<sup>(4)</sup> Il prof. Ravaz, cortesemente riferendo in *Le progrès agricoles et viticoles* (16 maggio 1915), sulle nostre precedenti ricerche, osservava che il metodo di trattare alternativamente un filare su due era difettoso per la possibilità del passaggio da un filare all'altro di farfalle ed anche di larve. Quanto al passaggio di farfalle osserviamo che il trattamento con l'estratto di tabacco fu ed è stato posteriore all'epoca della maggiore

nella parte più bassa della vigna, dove l'uva si era conservata più abbondante dopo i tremendi attacchi peronosporici dell'annata. Ogni filare trattato contiene circa 70 viti a grande sviluppo, poste nei filari a distanze da cm 50 ad 1 m.; la distanza fra i filari è, in media, 3 m.; i vitigni coltivati sono, mischiati: *barbèra*, *dolcetto*, *lambrusca*, *malaga* e qualche altro.

I trattamenti con l'estratto di tabacco furono due e si effettuarono, il primo, il 21 luglio, il secondo, il 28 luglio. Dal 16 al 21 luglio si erano catturate in tre vasetti, contenenti un liquido fermentante, posti per sorprendere l'epoca della maggiore schiusura delle farfalle, 39 Eudemis e 2 Conchylis; dal 21 al 28 luglio fu catturata, negli stessi tre vasetti, 1 sola Eudemis; ma forse questa scarsità si dovè anche alla improprietà del liquido adoperato.

All'epoca del primo trattamento, sugli acini dei filari che vennero trattati, le uova delle tignuole erano abbondantissime; almeno in certi grappoli, ogni acino aveva uova da schiudere o schiuse; su un solo acino se ne vedevano talvolta 3-4; si trovavano perfino sugli acini peronosporati già disseccati. Vi erano uova in ogni stadio: da quelle recentemente deposte a quelle in cui si distingueva la testa della larva o che schiudevano sotto gli occhi; si vedevano anche, specialmente nei filari più bassi, uova schiuse e larve già penetrate entro l'acino. In questo caso si poteva osservare che la larva non era penetrata nell'acino forandolo al di sotto dell'uovo, ma aveva peregrinato lungo l'acino, forandolo in altro punto.

All'epoca del secondo trattamento, le uova non schiuse erano ancora molto numerose.

Il 25 agosto raccogliemmo gli acini guasti ed erosi dalle tignuole, che si trovavano nei grappoli di quattro piante, due trattate e due non trattate, rispettivamente l'una di *dolcetto* e l'altra di *barbèra* <sup>(1)</sup>.

Scegliemmo le viti in modo che la quantità di uva che portavano fosse approssimativamente eguale nelle viti trattate ed in quelle di controllo; la

---

schiusura delle farfalle, ed aveva di mira l'avvelenamento delle giovani larve e quindi anche di quelle schiuse da uova eventualmente deposte dopo il trattamento. Sull'importanza del passaggio attivo di larve da un filare all'altro rimaniamo, fino a prova in contrario, fortemente dubbiosi. In ogni modo nell'esperienza dello scorso anno abbiamo voluto evitare queste critiche trattando sei filari contigui.

<sup>(1)</sup> Il prof. Dalmasso, in « La Rivista » (1 maggio 1915) resta dubbioso dell'esattezza dei risultati quando si limiti l'osservazione agli acini di una o due viti. Avremmo preferito anche noi estendere l'esame agli acini di un numero maggiore di viti; ma dato il minuto esame di essi, che ci eravamo proposti, avremmo urtato contro le nostre limitate possibilità. Mentre ci prefiggiamo per il corrente anno di estendere le nostre esperienze crediamo che la diligenza delle nostre osservazioni, l'aspetto complessivo della vendemmia proveniente dalle viti trattate e quella proveniente dalle viti non trattate, ed il fatto che i risultati concordano con quelli da noi precedentemente ottenuti, testimonino abbastanza della loro esattezza.

vite di *barbera* trattata, portava 23 grappoli, di cui 5 assai piccoli; quella di controllo ne aveva 14, di cui 2 piccoli; la vite di *dolcetto* trattata, aveva 15 grappoli, di cui 4 piccoli; quella di controllo 11, di cui 1 solo piccolo.

VITIGNO	Acini guasti od erosi		N. delle larve rinvenute					
	Vite trattata	Vite non trattata	nelle viti trattate			nelle viti non trattate		
			Eudemis	Conchylis	TOTALE	Eudemis	Conchylis	TOTALE
Barbera . . . .	260	560	16	14	30	130	34	164
Dolcetto . . . .	403	526	53	64	117	109	50	159
TOTALE . .	663	1086	69	78	147	239	84	323

A maggiore illustrazione dei dati qui raccolti aggiungiamo:

Esaminando gli acini di *dolcetto*, osserviamo che abbondano le larve, tanto di Eudemis che di Conchylis, che hanno raggiunto il loro massimo sviluppo; buon numero di queste larve erano probabilmente già penetrate nell'acino all'epoca del primo trattamento. Da notare, inoltre, la percentuale maggiore di larve di Conchylis che si trova sulla vite di *dolcetto* in confronto di quella di *barbera*, che pure appartengono agli stessi filari; non abbiamo finora elementi per stabilire se ciò provenga da una preferenza della Conchylis per detto vitigno, o se debba attribuirsi alla precocità del *dolcetto* in confronto del *barbera*, ed alla precocità dello sviluppo della Conchylis in confronto della Eudemis, già più volte rilevata. Ne consegue che l'effetto dei trattamenti è risultato assai diverso a seconda che si tratti del primo o del secondo vitigno: i trattamenti sono cioè stati tempestivi per il *barbera*, ma avrebbero dovuti essere anticipati per il *dolcetto*. Questa diversità di comportamento è un ulteriore motivo di attenersi, nelle nuove piantagioni cui costringe l'invasione fillosserica, ad un'unica varietà di vitigno per ogni appezzamento: con ciò si renderanno anche più facili e più utili questi trattamenti contro le tignuole. I trattamenti stessi converrà egualmente che siano anticipati di qualche giorno se nella località, o meglio nella vigna o porzione di vigna, prevale la Conchylis sull'Eudemis.

Esaminando gli acini della *barbera* trattata con l'estratto di tabacco, si osserva che le erosioni di molti acini sono leggiere e superficiali; al contrario, la percentuale degli acini interamente guasti o gravemente alterati è molto più alta nell'uva di *barbera* non trattata. E mentre nella prima, trattata, si trova 1 larva per ogni 8-9 acini erosi, nella seconda, non trattata, se ne trova 1 per ogni 3-4 acini guasti.

Come abbiamo già accennato, è da notare la localizzazione della Conchylis nella parte più bassa della vigna: mentre infatti nei filari più bassi

la *Conchylis* costituisce circa il 50 % del numero totale delle larve, a metà della vigna è il 20-30 %; e nella parte più alta della vigna stessa, dove esperimentammo i trattamenti con l'acqua calda, si riduceva appena al 14 %.

Dobbiamo anche rilevare che, nell'esame degli acini, trovammo pure larve piccolissime (2 mm.) di *Endemis*, schiuse quindi dall'uovo pochi giorni prima della raccolta degli acini (25 agosto). Non essendo stata osservata finora, nella località, il verificarsi di una terza generazione, dobbiamo ritenere si tratti di uova deposte dalle più tardive farfalle della seconda generazione.

Abbiamo esaminato alla vendemmia l'uva prodotta nella vigna, raccolta nelle ceste e tenuta separata quella proveniente da viti trattate da quella prodotta dalle viti non trattate. Dato il meschino raccolto dell'annata e la mancanza di regolarità nell'impianto della vigna non potemmo fare comparazioni di peso che fossero di qualche attendibilità; possiamo dire però che l'aspetto dell'uva proveniente da viti trattate era manifestamente e grandemente migliore dell'altra, e tale che sarebbe stato indubbiamente apprezzato nell'eventuale vendita dell'uva.

Concludendo ci sembra che i risultati ottenuti con la riduzione di circa il 50 % del numero degli acini guasti ed erosi (e dovrebbero egualmente tener conto del minor danneggiamento degli acini stessi) e con la riduzione dello stesso 50 %, conseguita nel numero delle larve, e considerando che ciò si è ottenuto con soli due trattamenti estivi con l'estratto di tabacco, debbano essere di buon auspicio per una lotta più completa contro le tignuole della vite, con lavori invernali e trattamenti primaverili ed estivi; e questo sarà appunto il piano che ci proponiamo per le nostre future ricerche ed esperienze.

La ricerca delle larve in un numero considerevole di acini richiede un tempo abbastanza lungo, che non ci sarebbe stato possibile dedicare continuamente a queste ricerche. Abbiamo perciò conservato gli acini in bottiglie ben chiuse; con tale semplice mezzo, il 7 di novembre avevamo ancora acini, raccolti il 25 agosto, in condizioni proprie per l'osservazione. La ricerca delle larve, negli acini così conservati, è facilitata se l'esame viene fatto sezionando l'acino in una bacinella con poca acqua.



Chimica-fisica. — *Ricerche chimico-fisiche sui liquidi animali.*  
Nota X: *Variazioni dell'indice di refrazione del siero di sangue durante la dialisi*, di G. QUAGLIARIELLO e G. BECCHINI (stud. med.), presentata dal Corrispondente FILIPPO BOTTAZZI.

Alcuni anni fa in questo stesso laboratorio furono studiate le variazioni di alcuni caratteri del siero di sangue durante la dialisi <sup>(1)</sup>, e cioè le variazioni della conduttività elettrica, della viscosità e della tensione superficiale. Nelle prime 3 o 5 ore di dialisi fu osservata una diminuzione notevole, tanto della conduttività elettrica, quanto della tensione superficiale; anche la viscosità, dopo un piccolo aumento iniziale, subiva una diminuzione, ma solo nel caso che il liquido venisse filtrato prima della misura; nel caso opposto, e cioè quando il liquido era torbido per la floccificazione della globulina, le variazioni della viscosità erano assai irregolari, tendendo la presenza del precipitato a far aumentare il tempo di deflusso. Tutti questi fenomeni venivano spiegati con l'impoverirsi del siero in elettroliti ed in colloidi.

Pigliando le mosse da questo lavoro, abbiamo voluto studiare la variazione dell'indice refrattometrico del siero, e le variazioni di peso del liquido dializzante, proseguendo la ricerca per varie settimane, invece che per poche ore come nelle esperienze precedenti, poichè interessava soprattutto di trarre delle conclusioni circa le variazioni di stato delle proteine, le quali divergono cospicue solo dopo una dialisi protratta.

Dalle ricerche di Reiss <sup>(2)</sup> e da quelle di Brailsford Robertson <sup>(3)</sup> appare infatti che l'esame refrattometrico vale meglio di ogni altro a dosare e perfino ad identificare le diverse proteine del siero. D'altro lato, la pesata del liquido dializzante, eseguita immediatamente prima della misura refrattometrica, serviva a dedurre quanto della variazione spettasse al cambiamento di stato delle proteine e quanto alla diluizione del siero.

Abbiamo usato il siero di sangue di bue, ottenuto dopo la coagulazione spontanea, e per la dialisi ci siamo serviti di tubi dializzatori di pergamena artificiale della casa *Schleicher und Schüll* (detti Diffusions-Hülsen), a forma di dito di guanto, del diametro di 4 cm. e dell'altezza di 10 cm. Il tubo era fissato ad un anello di vetro mediante cucitura con filo di seta, e l'anello

<sup>(1)</sup> Bottazzi F., Buglia G. e Jappelli A., Rendic. della R. Acc. dei Lincei (5), XVII, 2° sem., pag. 49 (1908).

<sup>(2)</sup> Reiss, Hofm. Beitr. z. Physiol. u. Pathol., IV, 150 (1903).

<sup>(3)</sup> Brailsford Robertson, Journ. of biolog. Chem., VIII, pag. 441 (1910-11), e XI, pag. 179 (1912).

stesso era fissato ad una solida bacchetta di vetro, spostabile in senso verticale mediante una vite di pressione fissata al coperchio del dializzatore; col quale dispositivo era possibile spostare verticalmente il tubo dializzatore, e portare allo stesso livello il liquido interno ed il liquido esterno.

Le ricerche sono state eseguite parallelamente con due dializzatori. Abbiamo lasciato dapprima i tubi di pergamena, pieni di acqua distillata, immersi per 24 ore in acqua distillata, e, dopo averli asciugati con un panno all'esterno ed aver fatto bene sgocciolare l'acqua rimasta aderente alle pareti interne, ne abbiamo determinato il peso; dopo ciò, abbiamo versato in ogni tubo 50 cm.<sup>3</sup> di siero, e nel vaso esterno 500 cm.<sup>3</sup> di acqua e 1 cm.<sup>3</sup> di cloroformio per evitare la putrefazione; abbiamo portato infine allo stesso livello il liquido esterno ed il liquido interno.

Ogni giorno, dopo aver estratto i tubi ed averli pesati, si prelevavano 6 cm.<sup>3</sup> del loro contenuto per l'esame refrattometrico; si ritornava, dopo la misura, a versarli nei tubi, procurando di perderne il minimo possibile; si cambiavano allora i 500 cm.<sup>3</sup> di acqua esterna, e si rimetteva a posto il tubo dializzante, avendo sempre cura di portare al livello il liquido interno col liquido esterno.

L'esame refrattometrico è stato eseguito con un refrattometro ad immersione di Pulfrich, fabbricato dalla casa Zeiss; la temperatura del bagno è stata di 17°.5 C. Siccome non ci siamo curati di correggere la scala, il valore dell'indice di refrazione dell'acqua a questa temperatura risulta un poco differente dal valore reale ( $n_0 = 1,33330$  invece di 1,33320); ma ciò non può avere alcuna influenza sulle misure relative.

Nella tabella seguente (tabella I) sono segnati i dati sperimentali; e cioè: nella prima colonna il giorno dell'osservazione, nella seconda il peso del liquido contenuto nel tubo dializzatore, nella terza l'aumento giornaliero del peso del liquido, nella quarta la temperatura alla quale era fatta l'osservazione refrattometrica, nella quinta la lettura eseguita alla scala del refrattometro, nella sesta l'indice di refrazione del liquido, tratto dalle tabelle di Zeiss, e nella settima infine la differenza fra l'indice di refrazione del liquido ( $n$ ) e quella dell'acqua ( $n_0 = 1,33330$ ).

TABELLA PRIMA.

Variazioni dell'indice di refrazione del siero di sangue sottoposto alla dialisi,  
e della quantità di liquido contenuto nel tubo dializzatore

(Indice di refrazione dell'acqua:  $n_0 = 1,33330$ ).

Primo dializzatore						
Giorno della osservazione	Peso del liquido contenuto nel tubo dializzatore in gr. = $p$	Aumento del peso del liquido nelle 24 ore in gr.	Temperatura del bagno durante la osservazione refrattometrica	Letture alla scala del refrattome- trica	Indice di refrazione del liquido = $n$	Differ. tra l'indice di refr. del liquido e quello dell'acqua $d = n - n_0$
1	2	3	4	5	6	7
8 febb.	50,90	—	17,60°C	50,65	1,34675	0,01345
9 "	54,70	3,80	17,55	44,70	1,34452	0,01122
10 "	57,74	3,04	17,50	41,66	1,34337	0,01007
11 "	60,40	2,66	17,50	40,32	1,34287	0,00957
12 "	62,50	2,10	17,50	39,20	1,34245	0,00915
13 "	64,16	1,66	17,50	37,78	1,34191	0,00861
14 "	65,69	1,53	17,50	—	—	—
15 "	67,30	1,61	17,50	35,54	1,34107	0,00777
16 "	68,15	0,85	17,52	35,28	1,34097	0,00767
17 "	69,01	0,86	17,50	34,60	1,34071	0,00741
18 "	69,58	0,57	17,50	34,08	1,34051	0,00721
19 "	70,34	0,76	17,50	33,91	1,34045	0,00715
20 "	70,85	0,51	17,50	33,60	1,34033	0,00703
21 "	71,20	0,35	17,50	33,20	1,34018	0,00688
23 "	72,05	2 × 0,43	17,50	32,95	1,34008	0,00678
25 "	73,05	2 × 0,50	17,50	32,01	1,33972	0,00642
27 "	73,95	2 × 0,45	17,50	32,02	1,33973	0,00643
1 marzo	74,76	2 × 0,41	17,50	31,54	1,33955	0,00625
3 "	75,65	2 × 0,44	17,50	31,25	1,33944	0,00614
5 "	76,80	2 × 0,58	17,50	30,20	1,33904	0,00574
8 "	78,15	3 × 0,44	17,50	29,39	1,33873	0,00543
10 "	79,05	2 × 0,45	17,50	29,60	1,33881	0,00551
13 "	80,45	3 × 0,46	17,50	28,90	1,33854	0,00524
16 "	82,15	3 × 0,56	17,53	28,29	1,33831	0,00501

Secondo dializzatore.

8 febb.	50,90	—	17,60°C	50,65	1,34675	0,01345
9 "	54,90	4,00	17,52	45,08	1,34466	0,01136
10 "	58,22	3,32	17,50	41,80	1,34343	0,01013
11 "	60,95	2,73	17,50	40,51	1,34294	0,00964
12 "	63,05	2,10	17,50	39,30	1,34248	0,00918
13 "	64,81	1,76	17,48	37,82	1,34192	0,00862
14 "	66,35	1,54	—	—	—	—
15 "	67,96	1,61	17,50	35,59	1,34108	0,00778
16 "	68,80	0,84	17,50	34,95	1,34084	0,00754
17 "	70,06	1,26	17,50	34,45	1,34065	0,00735

La figura prima mostra le variazioni giornaliere dell'aumento del peso del liquido sottoposto alla dialisi; da essa si rileva chiaramente come l'aumento del peso è assai notevole nei primi giorni di dialisi, e come esso vada man mano attenuandosi sino a raggiungere una stabilità quasi perfetta al 16° giorno di dialisi.

L'aumento del peso deve ritenersi proporzionale alla pressione osmotica esercitata dalle sostanze colloidali contenute nel liquido; solo nei primissimi giorni della dialisi hanno anche influenza gli elettroliti del liquido dializzante, poichè il liquido interno, per lo meno nelle prime 3 ore di dia-

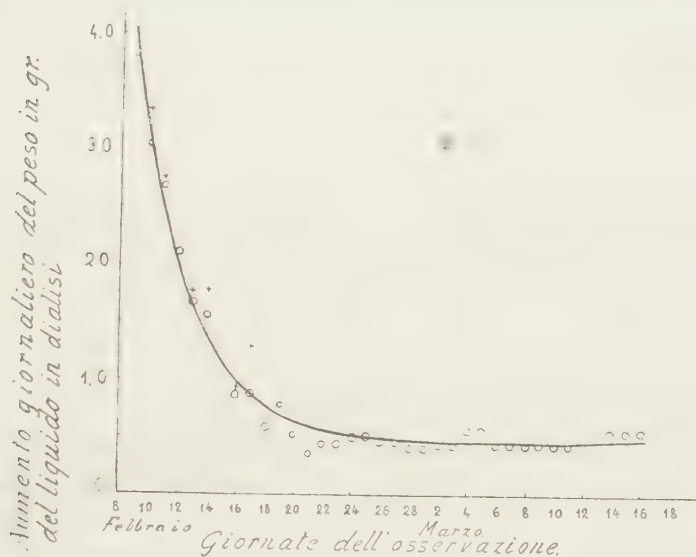


FIG. 1.

lisi (cfr. i risultati ottenuti da Bottazzi, Buglia e Jappelli circa la diminuzione della conduttività elettrica), è notevolmente più concentrato in elettroliti che non il liquido esterno, e deve quindi manifestarsi una pressione osmotica maggiore di quella che spetta alle sole sostanze colloidali. Ma già al termine del primo giorno gli elettroliti si trovano ridotti ad una concentrazione  $\frac{50}{550} = 0,091$  di quella iniziale, e, al termine del secondo, ad una  $\frac{0,001}{554} = 0,000164$  di quella iniziale; onde l'influenza degli elettroliti già al secondo giorno è trascurabile, essendo circa 6000 volte minore di quella iniziale. Possiamo dunque ritenere che l'aumento di peso ottenuto al 2° giorno (1° tubo gr. 3,04; 2° tubo gr. 3,32; media gr. 3,18) dipenda principalmente dalla pressione osmotica delle sole sostanze colloidali; e d'altra parte possiamo ritenere che, a partire dal 16° giorno di dialisi, l'aumento giornaliero del peso diventi costante, ed eguale a gr. 0,5 (cfr. la fig. 1). [In realtà non



può assolutamente escludersi che l'aumento giornaliero non vada debolissimamente diminuendo anche a partire dal 16° giorno di dialisi, e ciò specialmente per il fatto che, per quanto il tubo dializzatore fosse stato lasciato tutto immerso nell'acqua per 24 ore prima di iniziare le ricerche, pure, siccome nuovi segmenti di tubo sono stati man mano immersi nel liquido per portare ogni giorno a livello i liquidi interno ed esterno, una parte dell'aumento del peso deve attribuirsi all'imbibizione di nuove porzioni di membrana]. *Al 16° giorno, dunque, la pressione osmotica delle sostanze colloidi del siero diviene circa 6 volte  $\left(\frac{3,18}{0,5} = 6,36\right)$  minore che non all'ini-*

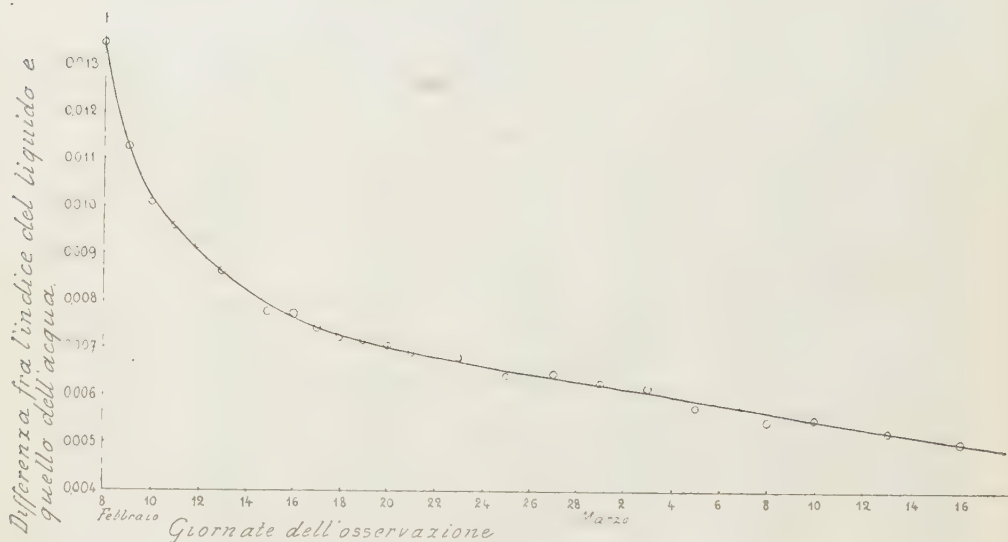


FIG. 2.

zio della dialisi, e tale diminuzione diviene quasi stabile dal 16° giorno in poi. Tale forte diminuzione non può essere dovuta se non in piccola parte alla precipitazione della globulina insolubile, la quale, nel siero di bue, come risulta dalle ricerche di Brailsford Robertson, non può essere maggiore del 9 % delle proteine totali del siero; e deve quindi attribuirsi ad una notevolissima diminuzione dello stato di dissociazione delle proteine. Ma tale diminuzione, per quanto importante, non riesce a spiegare la notevole riduzione al sesto della pressione osmotica: deve quindi ammettersi anche che si formi nel liquido una nuova fase costituita da più o meno grandi aggregati di molecole colloidi, cioè di complessi che più non contribuiscono a determinare la pressione osmotica della soluzione. Come vedremo, alla stessa conclusione si giunge considerando le variazioni dell'indice refrattometrico.

La fig. 2 mostra le variazioni dell'indice di refrazione del liquido sottoposto alla dialisi. Si scorge subito, a prima vista, che la curva non presenta

alcuna discontinuità, mentre avremmo potuto aspettarci una brusca discesa dell'indice di refrazione al 5° giorno di dialisi, quando cioè diviene manifesto l'intorbidamento del liquido, dovuto alla precipitazione della globulina. *Ciò prova che il fenomeno macroscopico della floccificazione e precipitazione della globulina non è d'importanza fondamentale, e che le modificazioni delle proteine del siero si compiono in una maniera continua fin dall'inizio della dialisi, continua essendo la sottrazione degli elettroliti che tali modificazioni produce.*

Per valutare meglio le variazioni dell'indice di refrazione, è necessario esaminare partitamente l'influenza che su esso esercitano la diluizione, il contenuto in elettroliti, e la refrazione specifica di quelle proteine che precipitano durante il processo di dialisi.

**Patologia.** — *Sul fenomeno di « sensibilizzazione » del sistema vago-cuore, osservato mediante la stimolazione della parete atriale del cuore di rana* <sup>(1)</sup>. Nota di GENNARO DI MACCO, presentata dal Corrispondente G. GALEOTTI.

È noto che, in determinate condizioni, è possibile di rendere pervii alcuni sistemi, specie il nervoso e il muscolare, a stimoli meno intensi dello stimolo-soglia. Questo fenomeno è del tutto differente da quello determinato dalla sommazione degli stimoli e viene interpretato come dovuto ad una « sensibilizzazione », determinata da stimoli per se stessi inattivi, ma capaci di rendere permeabili i suddetti sistemi a nuovi stimoli meno intensi dello stimolo-soglia.

Un fatto che rientra in questa serie di fenomeni è stato osservato da Scaffidi <sup>(2)</sup>, nel sistema vago-cuore di *Emys europaea*. Scaffidi poté constatare che, stimolando il vago, nel suddetto sistema, con stimoli elettrici inefficaci, ma progressivamente più intensi, sino a stabilire la soglia di eccitabilità, e poi progressivamente più deboli, era possibile di ottenere il caratteristico arresto della attività ritmica del cuore, anche per stimoli più deboli dello stimolo-soglia, ai quali il cuore non aveva risposto prima che attraverso il sistema vago-cuore fosse passato lo stimolo-soglia. Scaffidi indusse, da questo fatto, che la azione del vago sulla attività cardiaca si debba esplicare con l'intervento di elementi nervosi, interposti tra le terminazioni del vago

<sup>(1)</sup> Lavoro eseguito nell'Istituto di patologia generale della R. Università di Palermo, diretto dal prof. Vittorio Scaffidi.

<sup>(2)</sup> V. Scaffidi, *Su di un fenomeno di « sensibilizzazione » o « di viabilità » osservato nella stimolazione della porzione cardiaca del vago*. Zeitschr. f. allg. Physiologie, vol. 12, an. 1911.



Si riprende quindi la stimolazione:

distanza tra i rocchetti	mm.	100;	lo stimolo resta inefficace
"	"	90;	" " " "
"	"	80;	arresto della attività ritmica: soglia
"	"	80;	" " " "
"	"	90;	" " " "
"	"	100;	lo stimolo resta inefficace
"	"	95;	arresto della attività ritmica
"	"	95;	" " " "
"	"	100;	lo stimolo resta inefficace

*Esperimento 3°.* — Si stabilisce la soglia a 80 mm.; quindi si riprende la stimolazione ad una distanza, tra i rocchetti della slitta, di 110 mm., con i seguenti risultati:

distanza tra i rocchetti	mm.	110;	lo stimolo resta inefficace
"	"	100;	" " " "
"	"	85;	arresto della attività ritmica
"	"	80;	" " " "
"	"	80;	" " " "
"	"	85;	" " " "
"	"	90;	" " " "
"	"	95;	" " " "
"	"	100;	" " " "
"	"	105;	lo stimolo resta inefficace
"	"	105;	" " " "
"	"	110;	" " " "

*Esperimento 4°.* — Stimolo-soglia a 80 mm.; la stimolazione, progressivamente più intensa, dà i seguenti risultati:

distanza tra i rocchetti	mm.	112;	lo stimolo resta inefficace
"	"	110;	" " " "
"	"	100;	" " " "
"	"	90;	" " " "
"	"	80;	arresto della attività ritmica: soglia
"	"	70;	" " " "
"	"	80;	" " " "
"	"	85;	" " " "
"	"	90;	" " " "
"	"	95;	lo stimolo resta inefficace



distanza tra i rocchetti mm.	100;	lo stimolo resta inefficace
" " " "	95;	" " " "
" " " "	100;	" " " "

*Esperimento 5°.* — Stimolo-soglia a 85 mm. La stimolazione successiva, partendo da stimoli più deboli, dà i seguenti risultati:

distanza tra i rocchetti mm.	120;	lo stimolo resta inefficace
" " " "	100;	" " " "
" " " "	90;	" " " "
" " " "	85;	arresto della attività ritmica
" " " "	80;	" " " "
" " " "	85;	" " " "
" " " "	100;	lo stimolo resta inefficace
" " " "	95;	" " " "
" " " "	90;	arresto della attività ritmica
" " " "	85;	" " " "
" " " "	90;	" " " "
" " " "	95;	" " " "
" " " "	100;	lo stimolo resta inefficace
" " " "	100;	" " " "
" " " "	110;	" " " "

Da questi esperimenti risulta quindi confermato un fatto già noto, che cioè la stimolazione tetanizzante della parete atriale determina, sulla attività ritmica del miocardio, gli stessi effetti della stimolazione del vago.

Risulta, inoltre, che con la stimolazione della parete atriale, con stimoli più deboli dello stimolo-soglia, è possibile di determinare l'arresto della attività ritmica del miocardio, dopo che sulla parete atriale stessa è stato portato uno stimolo minimo efficace, cioè lo stimolo-soglia. Si ha cioè la riproduzione del fenomeno osservato dallo Scaffidi per la stimolazione del vago; e tale fenomeno a me sembra si possa prestare ad una interpretazione, sempre più concreta, sul meccanismo con cui gli stimoli vagali vengono trasmessi al miocardio e resi efficaci.

La stimolazione diretta della parete atriale determina difatti sul cuore gli stessi effetti della stimolazione del vago (arresto della attività ritmica), anzichè quelli che seguono alla stimolazione delle fibrocellule della porzione ventricolare del miocardio (extrasistole). Se si esclude quindi la possibilità che la « sensibilizzazione » possa essere esclusivamente legata alle fibrille del vago, incapaci di elaborare e trasformare gli stimoli al di fuori della attività di strutture cellulari, bisogna ammettere che il fenomeno della sensibilizzazione, da me studiato, e quindi l'azione normale del vago

sul cuore, si esplichì mediante l'attività di cellule ganglionari, contenute nella parete atriale, con le quali le fibre del vago si debbono mettere in rapporto.

#### CONCLUSIONI:

1°) la stimolazione tetanizzante della parete atriale del cuore di rana determina l'arresto della funzione ritmica;

2°) è possibile, con la stimolazione diretta della parete atriale, di riprodurre il fenomeno di « viabilità », di « sensibilizzazione » della parete stessa, come per la stimolazione del sistema vago-cuore: ciò si osserva dopo che attraverso la parete atriale è passato lo stimolo minimo efficace;

3°) questo fenomeno costituisce un fatto ancora più concreto a favore della ipotesi che la azione del vago si esplichì sulla funzione ritmica del cuore, mediante l'interposizione di strutture nervose in rapporto con le fibre terminali del vago stesso.

Patologia. — *Ricerche sperimentali sulle cause che determinano la refrattarietà nei trapianti. II: Azione proteolitica del siero di sangue di ratto su un carcinoma spontaneo del topo* <sup>(1)</sup>.  
Nota di VITTORIO SCAFFIDI, presentata dal Corrisp. G. GALEOTTI.

In una Nota precedente <sup>(2)</sup> ho esposto alcune mie ricerche sull'esito dei trapianti, nel ratto, di un carcinoma e di un sarcoma del topo; ricerche dalle quali è risultato che solo in via eccezionale è possibile di trapiantare un tumore spontaneo del topo, per due volte consecutive, nel ratto, poichè, in linea generale, dopo il primo innesto nel ratto, le cellule del tumore perdono la loro capacità proliferativa, sia se il tumore viene trapiantato da solo, sia se venga trapiantato con l'aggiunta di tessuto splenico o di poltiglia dei tessuti di embrione di topo, con l'aggiunta cioè di quella « sostanza X » ammessa da Ehrlich <sup>(3)</sup> a sostegno della sua ipotesi della atrepsia.

In seguito a tali risultati, ho iniziato alcuni esperimenti per ricercare quali fattori possano contribuire alla determinazione della refrattarietà naturale di una specie animale, per un tumore spontaneo di un'altra specie.

<sup>(1)</sup> Lavoro eseguito nell'Istituto di patologia generale della R. Università di Palermo, diretto dal prof. V. Scaffidi.

<sup>(2)</sup> V. Scaffidi, *Trapianti di tumori e ipotesi atreptica*. Rend. R. Accad. dei Lincei, 1915.

<sup>(3)</sup> P. Ehrlich, *Experimentelle Carcinomstudien an Mäusen*. Arbeit. a. d. königl. Institut f. exp. Therapie, Frankfurt am.-Main; 1906.

Le ricerche, che sono argomento di questa Nota, riguardano la azione proteolitica del siero di sangue di ratto per un carcinoma spontaneo del topo, e furono eseguite con l'applicazione del noto metodo di Abderhalden per la dimostrazione dei prodotti della disintegrazione delle proteine.

In tutti gli esperimenti fu adoperata la identica quantità di siero di sangue, sia per la prova di proteolisi, sia per il controllo; il sangue fu cavato dai ratti circa sei ore dopo il pasto, per ottenere un siero con la minore quantità possibile di sostanze estrattive; fu saggiata la impermeabilità alla albumina e la permeabilità ai derivati più semplici, delle membrane dializzatrici; per la dialisi si adoperava sempre la stessa quantità di acqua distillata; la reazione della ninidrina si praticava sempre con le stesse norme: bollitura, per 60 secondi, di una determinata quantità di acqua di diffusione, con l'aggiunta di c.c. 0,2 di una soluzione al 10% di ninidrina. I matracci contenenti le membrane dializzatrici, con il siero e i frammenti di tumore, erano tenuti per 16 ore a 37°C.; sul siero contenuto nella membrana e sull'acqua di diffusione si poneva uno spesso strato di toluolo.

Le proteine del tumore venivano preparate, lavando a lungo, in acqua corrente, frammenti di tumori asportati dai topi nel periodo di sviluppo più rigoglioso e facendoli poi bollire fino a scomparsa, nell'acqua di ebollizione, di qualsiasi traccia di sostanze reagenti con la ninidrina.

In ciascun esperimento furono compiute prove di controllo, ponendo a dializzare solo siero di sangue, o soli frammenti di tumore in acqua.

Il siero di sangue di ratto si faceva separare rapidamente con la centrifugazione; il tumore di topo è quello stesso da me adoperato nelle ricerche precedenti (<sup>1</sup>).

Nella esposizione degli esperimenti che seguono, i segni + e — indichino rispettivamente se la reazione della ninidrina con l'acqua di diffusione era positiva o negativa; la ripetizione del segno + è in rapporto alla intensità della reazione.

#### *Esperimento 1.*

1 cc. siero di sangue di ratto	+	tumore di topo	=	++	
1 cc. " " "		(controllo)	=	—	
1 cc. di acqua	+	tumore di topo	"	=	—

#### *Esperimento 2.*

1 cc. siero di sangue di ratto	+	tumore di topo	=	+	(debole)
1 cc. " " "		(controllo)	=	—	
1 cc. di acqua	+	tumore di topo	"	=	—

(<sup>1</sup>) V. Scaffidi, loc. cit.

*Esperimento 3.*

1 cc. siero di sangue di ratto	+	tumore di topo	=	++
1 cc. " " "		(controllo)	=	—
1 cc. di acqua	+	tumore di topo	=	—

*Esperimento 4.*

1 cc. siero di sangue di ratto	+	tumore di topo	=	+	(debole)
1 cc. " " "		(controllo)	=	—	
1 cc. di acqua	+	tumore di topo	=	—	

*Esperienza 5.*

1 cc. siero di sangue di ratto	+	tumore di topo	=	+
1 cc. " " "		(controllo)	=	—
1 cc. di acqua	+	tumore di topo	=	—

*Esperienza 6.*

1 cc. siero di sangue di ratto	+	tumore di topo	=	+
1 cc. " " "		(controllo)	=	—
1 cc. di acqua	+	tumore di topo	=	—

Dagli esperimenti di sopra riportati, risulta quindi che il siero di sangue di ratto è capace di scindere, in misura più o meno grande, le proteine del carcinoma di topo, da me adoperato.

Questo fatto non può naturalmente venire trascurato nello studio dei fattori, che determinano la refrattarietà di una data specie animale, per un tumore spontaneo di una specie animale differente.

Un particolare interesse acquistano poi questi risultati, se si tiene presente che il siero di sangue di ratto è privo di qualsiasi azione disintegratrice, per le proteine della pelle e del tessuto muscolare del topo, come è risultato da ricerche, compiute di recente dal dott. A. Albanese, in questo stesso Laboratorio.

Parrebbe quindi che possano esistere, nel siero di sangue di alcune specie animali, sostanze capaci di provocare un'azione disintegratrice su alcune proteine di specie animali diverse; ciò può fornire un sicuro orientamento nello studio delle cause che determinano la refrattarietà naturale di razza e di specie, nei tumori, specie se si tiene conto che questa refrattarietà non è certamente legata alla assenza, nelle specie refrattarie, di alcuna determinata sostanza, come voleva la ipotesi della atrepsia.



Fisiologia. — *Ricerche sull'arginasi* <sup>(1)</sup>. Nota del dott. ANTONINO CLEMENTI, presentata dal Socio L. LUCIANI.

IV.

**Presenza del fermento ureogenetico nel fegato di embrione umano,  
e suo significato fisiologico.**

È stato dimostrato dalle ricerche sistematiche da me eseguite intorno alla distribuzione dell'arginasi nel regno dei vertebrati <sup>(2)</sup>, che l'arginasi è *assente nel fegato* dei vertebrati con ricambio azotato *uricotelico* (*uccelli e rettili*) ed è *presente nel fegato* dei vertebrati con ricambio azotato *ureotelico* (*mammiferi, anfibi e pesci*) <sup>(3)</sup>.

L'esistenza di un tale parallelismo nello sviluppo filogenetico dei vertebrati tra presenza o assenza dell'arginasi nel tessuto epatico e tra presenza o assenza della attività ureopoietica del fegato rende assai importante lo studio dell'ontogenesi dell'arginasi.

Con le seguenti esperienze mi sono proposto di stabilire se nel periodo della vita intrauterina l'arginasi è già presente nel fegato, riservandomi di ricercare in seguito se l'arginasi si trova già nell'uovo e nello spermatozoo, o se la sua formazione ha luogo solo dopo la fecondazione.

La tecnica adoperata per la ricerca dell'arginasi è quella descritta nei miei precedenti lavori. Ho applicato il metodo volumetrico consistente nella determinazione quantitativa (col metodo della titolazione al formolo) dell'azoto aminico libero dell'arginina sottoposta all'azione del fermento e dell'azoto aminico libero dell'ornitina formatasi in seguito alla scissione idrolitica dell'arginina per azione dell'arginasi.

<sup>(1)</sup> Lavoro eseguito nell'Istituto di chimica fisiologica della R. Università di Roma.

<sup>(2)</sup> A. Clementi, *Sulla diffusione nell'organismo e nel regno dei vertebrati e sulla importanza fisiologica dell'arginasi*, Archivio di Fisiologia, vol. XIII, fasc. 3<sup>a</sup>, marzo 1915. *Ueber die Verbreitung der Arginase im Tierwelt*, IX Congrès International des Physiologistes, Groningue, settembre 1913.

<sup>(3)</sup> Credo necessario di introdurre nel linguaggio fisiologico le due nuove parole « *ureotelico* » e « *uricotelico* », che mancano finora per indicare sinteticamente che negli uccelli e nei rettili i processi del ricambio azotato tendono a produrre, come prodotto azotato catabolico finale, *prevalentemente acido urico* (*ricambio uricotelico*); mentre nei mammiferi, anfibi e pesci i processi del ricambio tendono a produrre prevalentemente urea (*ricambio ureotelico*).

Il primo embrione su cui ho sperimentato era un embrione umano di 6 mesi: il fegato, macroscopicamente normale, preso e conservato asetticamente, fu sottoposto dopo alcune ore dacchè l'embrione fu espulso alle manipolazioni per la ricerca dell'arginasi, che diede il risultato seguente:

*Ricerca dell'arginasi nel fegato di un embrione umano  
di 6 mesi di età.*

FEGATO DI EMBRIONE DI 6 MESI, A 37°, 12 GIORNI TOLUOLO	QUANTITÀ ADOPERATA DI NaOH <i>n</i> /5		AZOTO			
	in cem.	in % del calcolato	N aminico (Sørensen) in mgr.	N totale (Sørensen) (Kjeldahl) in mgr. in mgr. in mgr.		
Solfato di arginina. . . cem. 10	1,30	95,42	3,64	14,56	15,56	
Solfato di Arginina. . . cem. 10	2,80	—				
Estratto acquoso di fegato. . . . . cem. 2						
Acqua distillata . . . cmc. 10	0,30	—				
Estratto acquoso di fegato. . . . . cem. 2						
Come ornitina	calcolato . . .	2,60	arginina	aggiunta	45,2	100
	trovato . . . .	2,40		idrolizzata	41,7	92

Dopo dodici giorni di permanenza in termostato dei mgr. 45,2 di arginina aggiunta, già 41,7 mgr. erano idrolizzati, cioè il 92 %: dunque, *nel fegato umano, già al 6° mese della vita intrauterina l'arginasi è presente.*

Il secondo embrione da me sottoposto all'analisi era un embrione umano di 4 mesi di età. Il fegato, preso e conservato asetticamente, di aspetto normale, fu sottoposto alle manipolazioni per la ricerca dell'arginasi, che diede il risultato seguente:

*Ricerca dell'arginasi nel fegato di un embrione umano  
di 4 mesi di età*

FEGATO DI EMBRIONE DI 4 MESI; 12 ORE IN TERMOSTATO A 37°; TOLUOLO	QUANTITÀ ADOPERATA DI Na OH n/5		AZOTO		
	in ccm.	in % del calcolato	Naminico (Sørensen) in mgr.	N totale (Sørensen) in mgr.	(Kyeldahl) in mgr.
Solfato di arginina . . ccm. 5	1,1	96,82	3,08	12,3	12,6
Solfato di arginina . . ccm. 10	2,0	—			
Estratto acquoso di fegato (¹) . . . . . ccm. 2					
Acqua distillata . . . ccm. 2	0,2	—			
Estratto acquoso di fegato (²) . . . . . ccm. 2					
Come ornitina	calcolato . . . .	2,2	arginina	aggiunta	38,2
	trovato . . . . .	1,8		idrolizzata	23,3
					100
					92

Dopo dodici ore di permanenza in termostato dell'arginina aggiunta, che era mgr. 38,2 già 23,3, erano idrolizzati, cioè il 61 %: da questo risultato si può dedurre che, *nel fegato umano, già al 4° mese della vita intrauterina l'arginasi è presente.*

La presenza dell'arginasi nel fegato di embrioni umani di 4 e 6 mesi di età, dimostrata dalle analisi surriferite, conduce alle seguenti conclusioni circa la funzione ureopoietica del fegato:

1°) *Nel fegato di mammiferi ha luogo formazione di urea per via idrolitica dall'arginina fin dai primi mesi della vita intrauterina.*

2°) *Il parallelismo da me osservato nella filogenesi tra attività ureopoietica epatica e presenza di arginasi nel fegato (poichè è noto che la attività funzionale epatica si inizia nell'embrione precocemente) sembra sussistere anche nell'ontogenesi.*

(¹) In questo campione il liquido presentava numerosi piccoli coaguli sospesi.

(²) In questo campione il liquido era uniformemente torbido.

(Questi due fatti dimostrano che la proprietà fisico-chimica rilevata da me precedentemente per la glicocollo di determinare fenomeni di precipitazione negli estratti di fegato è posseduta anche dall'arginina).

Patologia. — *Sul possibile passaggio dei tripanosomi nel latte* <sup>(1)</sup>. Nota del prof. dott. ALESSANDRO LANFRANCHI, presentata dal Socio B. GRASSI.

Le ricerche di Bruce, Moeller, G. Martin e Ringenbach, Leboeuf, Hindle, B. T. Terry, Neiva, ecc. hanno dimostrato come un gran numero di tripanosomi siano capaci di attraversare le diverse mucose integre.

Tale fatto, ed è ovvio spiegarne le ragioni, rende importante il riconoscere se è possibile il passaggio dei tripanosomi nel latte.

Nattan Larrier <sup>(2)</sup> per il primo ha preso a considerare tale problema, rivolgendo le sue ricerche al tripan. *equiperdum* ed al tripan. Cruzy, ed ha constatato come « *senizotripanum* Cruzy passe constamment dans le lait des femelles infertées, tandis que le trypanosome de la dourine ne se « montre que par exception dans la sécrétion lactée ».

Nelle mie ricerche, che datano dal gennaio 1914, ho preso in esame altre specie di tripanosomi <sup>(3)</sup>; e cioè *Brucey*, *Evansi*, *rodesiense*, *gambiense*.

Nella presente comunicazione mi limito a riferire i risultati ottenuti sperimentando sui cani.

\* \* \*

Su cagne che avevano appena partorito procedevo alla inoculazione del *virus* <sup>(4)</sup> per via intravenosa.

Le ricerche erano di poi condotte al triplice scopo:

- A) di rilevare se i piccoli, lasciati alla mammella, si infettavano;
- B) se era possibile la dimostrazione dei tripanosomi con l'esame diretto del latte;
- C) se il latte era infettante, mediante l'inoculazione di esso nel peritoneo dei ratti o dei topolini.

*Ricerche col virus Nagana.* — Cagna di razza pomera, di circa trenta mesi. La notte dell'11 di gennaio 1914 partorisce quattro piccoli. L'inocu-

<sup>(1)</sup> Lavoro eseguito nell'Istituto di patologia e clinica medica veterinaria nella R. Università di Bologna.

<sup>(2)</sup> L. Nattan Larrier, *Revue de pathologie comparée*, dicembre 1913, pag. 282.

<sup>(3)</sup> Tali *virus* mi furono favoriti dal prof. Mesnil dell'Istituto Pasteur, che nuovamente ringrazio, e sono gli stessi di cui è fatto cenno nel lavoro *Su la possibile trasmissione delle tripanosomiasi animali nell'uomo* (Boll. delle scienze mediche, 1915).

<sup>(4)</sup> La dose inoculata fu sempre di 2 cc. di una soluzione citro-sodica di sangue di cavia, e detta soluzione conteneva 10-12 tripanosomi per campo microscopico di 350 diametri.



lazione del *virus* viene fatta il 12 alle ore 15. Il 18 tripanosomi rari; il 19 numerosi, e tali si mantengono fino al 22, assenti dal 22 al 25, il 26 rari, 27 e 28 numerosi, 29 numerosissimi; in questa notte l'animale viene a morte.

I risultati ottenuti per i tre ordini di ricerche furono i seguenti:

A) Il giorno 24 vengono a morte 2 cani. Ai diversi esami non avevano presentato tripanosomi in circolo. Col sangue del cuore e con l'estratto dei diversi organi si inoculano due ratti. Uno di essi, nel giorno 27, presenta rari tripanosomi che vanno gradualmente aumentando; il 30 muore. L'altro, il 1° febbraio presenta tripanosomi rari; il 3 e il 4 numerosi; il giorno 5 numerosissimi; il 6 si trova morto.

Gli altri due canini vengono a morte il 31 gennaio, non avendo presentati parassiti in circolo.

Dei ratti inoculati, uno presenta tripanosomi rarissimi il 9 febbraio, e viene a morte il 16; l'altro presenta i tripanosomi rari il 12, e viene a morte il 18.

B) Con l'esame microscopico del latte, eseguito ripetutamente quando i parassiti erano numerosissimi in circolo, e nel periodo della crisi, non fu possibile di mettere in evidenza i tripanosomi.

C) Del latte inoculato in discreta quantità nei differenti giorni, anche nel periodo della crisi, solo si dimostrò infettante quello del giorno 19. Il ratto che ne aveva ricevuto l'iniezione presentò, il 22 rarissimi tripanosomi; il 23 erano numerosi, ed andarono aumentando fino al 26, nel qual giorno venne a morte.

*Ricerche col virus rodesiense.* — Canina bastarda di 36 mesi. L'11 aprile 1914 partorisce quattro piccoli; il 12, alle 15, viene fatta l'inoculazione del *virus*. Il 17 si notano rari tripanosomi, e tali si mantengono fino al 25; dal 26 al 30 numerosi, e vanno di poi gradualmente aumentando fino al 6 maggio, giorno della morte.

Risultati ottenuti:

A) Nessuno dei quattro canini venne a morte. Nel sangue, microscopicamente, non furono dimostrabili i tripanosomi, nè esso fu infettante per i topolini ai quali venne inoculato.

B) Costantemente negativo l'esame microscopico del latte.

C) Dei diversi topolini inoculati col latte, solo quello, che ricevè l'iniezione il 3 maggio, dopo ventiquattro ore presentò i tripanosomi in circolo, e la durata della infezione fu di sette giorni.

*Ricerche col virus della surra.* — Canina di razza terrier di circa 24 mesi. Il 24 maggio partorisce due piccoli. L'inoculazione viene fatta il giorno dopo, alle 15; 29, 30 e 31 tripanosomi rari. Dal 1° al 3 giugno numerosi; assenti dal 4 al 7; l'8 rari; andarono gradualmente aumentando, e l'animale venne a morte il 27 giugno.

I risultati ottenuti con le varie ricerche furono completamente negativi:

A) I due piccoli sopravvissero; il loro sangue non infettò i topolini ai quali fu inoculato.

B) Negativi pure furono gli esami microscopici, anche di quel po' di latte ottenuto il giorno antecedente alla morte del soggetto, quando i tripanosomi in circolo erano più numerosi delle emazie.

C) Nessuno dei topolini, inoculati col latte, si infettò.

*Ricerche col virus gambiense.* — Canina terrier di circa tre anni. Il 23 giugno partorisce sette piccoli, e tutti di proposito le vengono lasciati. Il 24, alle 15, ha luogo l'inoculazione. La canina, il 30, presenta rarissimi parassiti, e tali si mantengono fino al 3 luglio; il 4 tripanosomi numerosi; dal 5 all'8 si ha una crisi tripanolitica; 9 e 10 numerosi, di poi assenti fino al 13; il 14 ricompaiono aumentando fino al 16, giorno della morte.

I risultati delle singole ricerche furono i seguenti:

A) Uno dei canini venne a morte il 7 luglio. L'inoculazione del sangue del cuore e dell'estratto degli organi, fatta nei topolini, riuscì positiva. Altri quattro morirono fra il 13 e il 16 luglio; ma i topolini inoculati non si infettarono. Degli ultimi due, uno morì il 4 agosto, l'altro il 6, e l'inoculazione nei topolini ebbe pure esito negativo.

B) Negativo costantemente l'esame microscopico del latte.

C) Con l'inoculazione intraperitoneale nei topolini, solo il latte del giorno 4 luglio si mostrò infettante. I tripanosomi comparvero dopo 9 giorni, e l'animale venne a morte il 21 luglio.

\*  
\* \* \*

Per quanto limitato il numero dei cani che hanno servito a tali ricerche, pur tuttavia i risultati ottenuti presentano un non dubbio valore.

Per tre dei *virus* adoperati (*nagana*, *rodiense*, *gambiense*) si è dimostrata la possibilità del loro passaggio nel latte.

Già tale possibilità è stabilita per i *virus nagana* e *gambiense*, mediante i risultati del primo ordine di ricerche.

Infatti, tutti e quattro i piccoli della cagna naganata si sono infettati.

Per il *gambiense*, il risultato positivo ottenuto in un solo canino ha un valore assoluto.

Infatti, il Terry <sup>(1)</sup> facendo delle inoculazioni nello stomaco dei ratti previamente messo a nudo (mediante laparatomia), dei *virus nagana*, *surra*,

(1) B. T. Terry, *Intra-stomachal and intra-intestinal inoculation of tripanosome virus with tests for immunity*. Journ. of exper. 1911, pp. 526-534.

*durina, caderas*, e prendendo tutte le precauzioni del caso affinchè per nessun'altra via i tripanosomi penetrassero nell'organismo se non attraverso la mucosa dello stomaco, notò che la metà all'incirca dei ratti inoculati con i diversi *virus* non si era infettata.

Il Nattan Larrier, nel lavoro già citato, riporta come dei suoi topolini, ai quali aveva introdotto nella gola sangue citratato contenente il tripanosoma Cruzy, quattro soli ne erano rimasti infetti.

Certo che per tali ricerche può nascere il dubbio che i canini si siano infettati non direttamente con il latte, ma per piccole lesioni di continuità della pelle dei capezzoli e, conseguentemente, per la fuoriuscita di rugiada sanguigna in seguito all'atto del poppare.

A parte però l'esame accurato dei capezzoli per escludere una tale causa di errore, sta il fatto dei risultati positivi ottenuti con il terzo ordine di ricerche.

Infatti, se l'esame microscopico del latte fu negativo, pur tuttavia in certi periodi esso conteneva dei tripanosomi, in quanto, inoculato nei ratti e nei topi questi si infettarono.

La constatazione che, per tutti e tre i *virus*, il latte si mostrò infettante una sola volta durante il decorso della infezione, può stare a dimostrare, almeno per i detti *virus*, che essi passano solo eccezionalmente in tale liquido secretizio.

Esaminando i tre soggetti allo scopo di vedere se vi è un rapporto fra decorso dell'infezione e passaggio dei tripanosomi nel latte, ecco quanto è dato rilevare:

In nessun caso il detto passaggio si è verificato corrispondentemente alle crisi tripanolitiche.

Per i *virus nagana* e *gambiense* il latte è stato infettante all'inizio della infezione, nel primo giorno in cui i tripanosomi furono numerosi in circolo.

Per il *rodesiense*, invece, ciò è avvenuto in un periodo molto inoltrato della malattia, quando i parassiti erano numerosissimi in circolo, tre giorni prima della morte dell'animale.

Come risulta dai dati riportati, per il quarto *virus* sperimentato, quello della *surra*, non si è avuto passaggio nel latte.

Ciò non esclude, però, che in altre condizioni si possa verificare.

Ed a tale proposito è da domandarsi quale importanza possa avere il diverso grado di sfruttamento della funzione mammaria, specie in rapporto all'essere l'animale in preda ad uno stato morbos.

Ricordo come, delle quattro canine, solo quella inoculata con l'*Evansi* avesse due soli piccoli, e come quindi l'organo mammario non debba essere stato provato egualmente nella sua funzionalità.

CONCLUDENDO:

Dai risultati delle presenti ricerche resta dimostrato:

a) come sia possibile il passaggio, nel latte, dei tripanosomi *brucey*, *rodiense*, *gambiense*;

b) come sia possibile, per i *virus brucey* e *gambiense*, trasmettere l'infezione ai neonati, mediante l'allattamento.

Vulcanologia. — *Lo Stromboli dopo il parossismo del 1915.*  
Nota preliminare del prof. G. PONTE, presentata dal Socio A. RICCÒ.

Lo Stromboli dopo il recente intenso parossismo eruttivo, durante il quale il vulcano ha dato trabocchi di lava sulla Sciara del Fuoco ed esplosioni avvertite con panico dalla popolazione dell'isola, è rientrato nella sua normale attività stromboliana caratterizzata da sole esplosioni con proiezioni di materiale clasmatico.

Incaricato dal direttore dell'Istituto di mineralogia e vulcanologia dell'Università di Catania, di compiere uno studio sullo Stromboli, di concerto con il direttore del servizio sismico della Sicilia ed isole adiacenti, ho creduto opportuno, per lo scopo delle mie indagini, scegliere questo periodo di diminuita attività (dal 24 al 31 dicembre 1915) per potere osservare e fotografare con maggiore chiarezza l'apparato eruttivo del vulcano quale è rimasto dopo il recente parossismo, per fare tutte quelle ricerche possibili sul terreno, come pure per raccogliere materiale per lo studio chimico e petrografico: il che tutto è meno facile e talora impossibile durante l'attività del vulcano.

Al chiarissimo prof. Riccò porgo i miei più vivi ringraziamenti per lo aiuto datomi, raccomandandomi al personale del semaforo di Stromboli al quale, a sua volta, sono molto riconoscente per le gentilezze usatemi.

Così con le facilitazioni avute e con la scorta di Bartolo Tizio, ottima guida dello Stromboli, in una settimana di dimora sul vulcano, ho potuto compiere felicemente molte osservazioni in condizioni atmosferiche piuttosto favorevoli, soprattutto perchè l'apparato eruttivo mai si era presentato così chiaramente visibile, specialmente nell'interno dei suoi crateri.

Le numerose fotografie fatte da vari punti e le misure prese mi hanno permesso di riprodurre un plastico all'1:1000, la fotografia del quale dà un'idea abbastanza chiara dell'intero teatro eruttivo dello Stromboli, tanto più che lo schizzo topografico fatto dal Bergeat nel 1894, al quale molti studiosi si sono riferiti <sup>(1)</sup>, manca di quella chiarezza indispensabile per potere stabilire degli esatti confronti.

(1) A. Bergeat, *Die aeolischen Inseln*. München, 1899, tav. X.



L'apparato eruttivo sorge nella antica *Fossa*, tra il Torrione ed il Filo del Zolfo ed ha tre grandi crateri geminati. Per la posizione che essi hanno nella fossa sono stati da me indicati, quello verso Sud-Ovest col nome di cratere del Torrione, quello verso Nord-Est cratere del Filo di Zolfo e quello verso Nord-Ovest cratere della Sciara del Fuoco. Questi crateri trigemini hanno esternamente unico orlo ed unico cono, ed il lato Nord-Ovest si protende fino al mare formando il ripido pendio della Sciara del Fuoco, mentre dagli altri lati il cono craterico si eleva pochi metri sul piano della Fossa.

Il cratere della Sciara del Fuoco fu quello che durante la mia dimora allo Stromboli si presentò il più attivo; esso dava frequenti esplosioni con lancio di materiale clasmatico, del quale una parte si riversava sulla Sciara e un'altra nell'interno, tendendo ad innalzare la diga che ora separa questo dagli altri crateri.

Il cratere del Filo del Zolfo, che probabilmente corrisponde a quello che il Bergeat chiamò *l'antico* <sup>(1)</sup> aveva forma ad imbuto e presentava tutt'intorno delle numerose fumarole che ne mascheravano la parte più profonda; ciò non pertanto fu possibile scorgere nel suo interno una diga dietro la quale, vicino alla Sciara del Fuoco, si apriva un'altra voragine.

Il cratere del Torrione era il più largo e quello al quale si poteva avvicinare con minore pericolo; aveva un fondo a cucchiaino sul quale sorgevano una dozzina di conetti lavici mammellonari. Il suo orlo era molto esile e franoso, le pareti interne scendevano quasi a picco ed avevano molte fumarole. Dai conetti, di varie forme, per lo più bassi e con larghi crateri, esalavano più o meno abbondantemente fumi bianchi; uno dei più alti che trovavasi quasi nel centro del grande cratere, oltre alla bocca centrale, ne aveva una laterale più piccola e rotonda, la quale il giorno 28 dicembre apparì rosseggiante in pieno meriggio; nel suo interno si scorgeva un bagliore rosso vivo di lava rovente. Il giorno 29 il bagliore era rosso scuro, appena percepibile. Fra i tanti craterini che soffiavano gas e vapori vulcanici, producendo un rumore simile al fremito di una pentola d'acqua vicina all'ebollizione, se ne scorgeva uno sul fondo Nord-Ovest del cratere, il quale aveva un orlo largo una decina di metri ed il fondo piatto tappato da lava consolidata rivestita da abbondanti sublimazioni giallo-verdastre e rossastre, come quelle che tappezzavano tutte le pareti interne del cratere.

Il giorno 24 e 25 dicembre il cratere della Sciara del Fuoco mandava di tanto in tanto, delle dense volute oscure cariche di cenere, che si innalzavano in forma di cavolo fiore fino a 200 metri circa dall'orlo. Il giorno 25, durante 4 ore di osservazione fatte dal casotto semaforico di Labronzo, il quale dista due chilometri in linea retta dall'apparato eruttivo, furono

(1) A. Bergeat. loc. cit., pag. 32.

viste due di queste grandi fumate dense ed oscure, una alle ore 10 e 30 minuti, l'altra alle ore 11 e 2 minuti, ma non furono accompagnate da alcun rumore avvertibile. Erano invece più frequenti le esplosioni rumorose, che dal casotto si avvertirono come spari di cannone da 75; si vedeva contemporaneamente un ventaglio di scorie alzarsi circa 50 metri sull'orlo del cratere e poco dopo una nube bianchissima e densa si formava nell'aria.

Più interessanti furono le osservazioni fatte presso i crateri. Durante le esplosioni del cratere della Sciara, contemporaneamente al lancio delle scorie, si alzava una colonna di gas tenui e trasparenti, la quale squarciando i fumi addensati nel cratere, si trasformava in dense volute bianche e grigie come le nubi di vapor d'acqua.

Durante le varie visite da me fatte ai crateri furono registrate ed osservate tutte le esplosioni ed esse non presentarono mai alcun ritmo; erano irregolarmente precedute o seguite, coll'intervallo di pochi secondi, da altre esplosioni più deboli o più forti. Più frequentemente, anzichè esplosioni, si udivano delle forti soffiate, simili a quelle che danno le ciminiere delle locomotive quando ne viene attivato il tiraggio con dei getti di vapore. Dopo uno di tali soffi fu visto alzarsi un anello regolarissimo di fumo, che dapprima tenue e quasi trasparente, divenne poi, malgrado il continuo suo ingrandirsi, sempre più denso.

Le fumate dei craterini del cratere del Torrione, qualche volta sembravano un po' indipendenti l'uno dall'altro, ma aumentavano o diminuivano insieme ed in rapporto alle variazioni dell'attività del cratere della Sciara. Si potè notare abbastanza evidentemente, come i fumi dei craterini erano molto più densi e bianchi di quelli del cratere in esplosione. Forse le esalazioni dei craterini del cratere del Torrione appartenevano, in parte, ad una fase secondaria del magma in via di consolidazione, il quale aveva formato una gran volta lavica, su cui si aprivano i varî craterini che, probabilmente, avevano comunicazioni interne fra di loro.

Le esalazioni del cratere della Sciara del Fuoco invece sembravano soltanto primarie, cioè della fase parossismica del magma, perchè accompagnate frequentemente dal lancio di scorie incandescenti.

Il giorno 28 dicembre tentai avvicinarmi al cratere più attivo, attraversando la Sciara del Fuoco da sotto il Torrione. Gli esploratori dello Stromboli hanno creduto sempre difficile e pericoloso attraversare la Sciara del Fuoco perchè il materiale incoerente e malfermo di quell'erto pendio è facilmente franabile, e può esservi il pericolo di vedersi da un momento all'altro travolti fra i massi rovinanti. Ciò non pertanto assicuratomì dal fatto che le scorie dell'erto pendio della Sciara del Fuoco, già bagnate dalle recenti piogge, erano diventate più ferme, volli affrontare l'arduo tragitto. Volevo avvicinarmi alla bocca emissiva della recente colata di lava per studiare il meccanismo dell'ultima eruzione, e vi riuscii essendo arrivato quasi

a metà della Sciara del Fuoco e a circa venti metri dalla detta bocca. Compiuta questa prima importante osservazione, cercai avvicinarmi all'orlo del cratere dirigendomi verso la base del Torrione. Portavo con me un apparecchio per la raccolta dei gas e delle canne di ferro smontate che mi servivano da bastone. Questa seconda impresa, molto più pericolosa della prima, non riuscì, perchè, in seguito ad una esplosione, incominciò a rovinare molto materiale lungo il pendio della Sciara, e fui costretto ad allontanarmi. Però, passando sotto il Torrione, ho potuto osservare e raccogliere per il primo l'interessantissimo minerale che riveste la sua parte rivolta verso il cratere, la quale, indubbiamente, rappresenta una parete della gola dell'antico cratere demolito dello Stromboli.

Lo studio dell'abbondante materiale raccolto durante la mia dimora allo Stromboli, che ora trovasi nel Museo dell'Istituto di mineralogia e vulcanologia dell'Università di Catania, è stato già intrapreso, ed i risultati saranno pubblicati appena sarà completo. Ora mi limito ad accennare che la lava da recente emessa è una dolerite, simile a quella delle altre recenti eruzioni. I materiali clasmatici sono per lo più molto vetrosi e leggeri; hanno forme svariate, rotonde od allungate e nell'interno presentano delle cavità bollose. Rare sono le bombe pesanti, e queste sono piuttosto compatte e si presentano o in forma di focacce o allungate e contorte, mai eleganti e regolari come sovente quelle dell'Etna. Fra i materiali dejettati durante le violente esplosioni del 13 novembre e del 10 dicembre ve ne sono intorno ai crateri, specialmente sul lato Sud-Ovest, alcuni costituiti da vecchie rocce del vulcano rivestite di scorie filamentose color grigio-giallastro, che ho voluto indicare con il nome di *bombe chimate* perchè le scorie che le coprono, del tutto o in parte, hanno l'aspetto di chiome ravviate.

A ponente del Torrione a più di 300 metri dai crateri si trova un masso lanciato durante il recente parossismo, che ha il volume di circa un metro cubo e sta a dimostrare la straordinaria violenza delle esplosioni.

Se non fu possibile raccogliere i gas esalanti dai crateri, per la difficoltà di potersi avvicinare, si arrivò a constatare che vi predominava l'anidride solforosa.

Il giorno 27 dicembre l'aria era molto umida, e sulla cima del vulcano si vedeva un grande pennacchio di vapori, che trasportati dal vento di ponente si dissolvevano completamente a circa 2 o 3 km. I fumi che venivano fuori dai crateri erano quelli che indubbiamente determinavano la condensazione del vapore d'acqua nell'atmosfera facendo da eccitatori, come, secondo il De Lorenzo, fanno da eccitatori alla condensazione del vapore della Solfatara di Pozzuoli le particelle di carbonio delle fiaccole; difatti dal lato di ponente, da dove spira il vento umido, in punti molto più elevati dai crateri, non si vedevano nebbie; esse si formavano soltanto sui crateri. Invece il giorno 29, che l'aria era molto asciutta, i fumi vulcanici erano poco



densi e quasi trasparenti. Volli allora provare se essi contenevano vapor di acqua più di quanto nell'aria circostante. Mi servii sia delle cartine al cloruro di cobalto, quanto di tubi essiccatori al cloruro di calcio ed all'acido solforico tarati. Le cartine al cloruro di cobalto mi dimostrarono, dal tempo che richiesero per trasformarsi da azzurre in rosa, che le esalazioni vulcaniche avevano all'incirca la istessa umidità dell'aria pura e i tubi all'acido solforico ripesati in laboratorio lo confermarono, avendo dato un eguale aumento in peso.

È certo che le esalazioni vulcaniche dello Stromboli il giorno 29 dicembre non contenevano vapor d'acqua più di quanto ce n'era nell'aria pura circostante, e difatti non si dissolvevano fino a oltre 100 km. di distanza, giacchè formavano una lunga banderola che si perdeva di vista verso la Calabria citeriore.

### PERSONALE ACCADEMICO

Il Presidente BLASERNA comunica le lettere colle quali ringraziano l'Accademia per la loro recente nomina, i Soci: ABETTI, ARTINI, REINA e RICCI; ed i Corrispondenti: GUIDI C. e LO MONACO.

Il Presidente BLASERNA ricorda la grave sventura che ha colpito il Socio VOLTERRA, con la morte della madre; e propone, e la Classe approva unanime, che al Socio predetto siano inviate le affettuose condoglianze dei Colleghi.

Così pure lo stesso PRESIDENTE ricorda la perdita fatta dall'Accademia nella persona del Socio e Amministratore aggiunto conte BALZANI, e la parte presa dall'Accademia stessa alle onoranze tributate all'estinto, il quale verrà degnamente commemorato nell'altra Classe. Alle parole di rammarico del PRESIDENTE si associa il Socio CIAMICIAN che mette in evidenza, con commosse parole, la bella figura di gentiluomo, la dottrina e la bontà del compianto Accademico, di cui oggi si lamenta la repentina scomparsa.

Il PRESIDENTE propone, e la Classe approva, che sia inviato alla figlia del compianto estinto un telegramma di condoglianza in nome dell'intera Accademia.

Il PRESIDENTE dà il triste annunzio della morte del Socio straniero prof. RICCARDO DEDEKIND, mancato ai vivi il 12 febbraio 1916; apparteneva il defunto Socio all'Accademia, per la Matematica, sino dal 24 agosto 1911.

### PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario MILLOSEVICH presenta le pubblicazioni giunte in dono, richiamando l'attenzione della Classe sulle seguenti: *Studi sui rapporti fra*



*tubercolosi umana e bovina* del prof. B. Gosio; *Scritti vari in onore di Alfonso Poggi, nel 27° anno del suo insegnamento (1888-1915)*; *Catalogo fotografico del cielo*, dell'Osservatorio di Tolosa, tomo IV, 2° fascicolo. Finalmente lo stesso Segretario fa menzione del volume pubblicato in memoria del barone NAPIER, nella ricorrenza del 3° centenario della scoperta dei logaritmi, e ne discorre.

## CORRISPONDENZA

Per invito del PRESIDENTE, il prof. GAETANO PLATANIA, dell'Università di Catania, mostra ai Soci alcune belle fotografie relative al parossismo dello Stromboli del novembre 1915.

Il PRESIDENTE presenta un piego suggellato inviato dal prof. ERNESTO MORELLI, perchè sia deposto negli Archivi dell'Accademia.

Il Presidente BLASERNA informa la Classe di una Circolare del prof. F. S. MONTICELLI, Presidente della Commissione straordinaria per la Stazione zoologica di Napoli, riguardante il modo di assicurare, nel momento presente, la integrità del patrimonio e la continuità della funzione scientifica della Stazione suddetta.

I Soci GRASSI e TODARO, a proposito della comunicazione precedente, richiamano l'attenzione della Classe sulla opportunità che il Governo dia anche alla Stazione zoologica di Messina, ormai ultimata, i mezzi atti a farla funzionare, provvedendola dell'indispensabile materiale scientifico. I due Soci sopra ricordati mettono in rilievo la importanza che ha la Stazione di Messina per la ricchezza e per la varietà della fauna dello stretto, per il carattere nazionale della medesima e per la relativa facilità con la quale si possono recuperare preziosi prodotti faunici.

Dopo alcune considerazioni del Socio GOLGI sulla convenienza da parte dell'Accademia d'interessarsi ad entrambe le questioni concernenti le due Stazioni zoologiche di Napoli e di Messina, la Classe delibera di rinviare alla prossima seduta ogni deliberazione sulla proposta riguardante la Stazione di Messina, anche perchè possa esser presente il Socio VOLTERRA, che è Vicepresidente della R. Commissione talassografica. In quanto poi alla domanda contenuta nella Circolare Monticelli, la Classe delega il Consiglio di Amministrazione ad occuparsene,

E. M.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL' ACCADEMIA

*presentate nella seduta del 5 marzo 1916.*

- ALLEN J. A. — The influence of physical conditions in the genesis of species (From « The Radical Review », 1877). s. l. 1877. 8°.
- ARRIGONI DEGLI ODDI E. — Sulla distribuzione dell'Uria in Italia: nota ornitologica. (Estr. dagli « Atti del Real Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti », tomo LXXV). Venezia, 1915. 8.
- Catalogue photographique du Ciel. Coordonnées rectilignes. T. IV. Zone + 6° A + 8°. Deuxième fasc. de 6<sup>h</sup> 32<sup>m</sup> A 24<sup>h</sup>. (Observatoire de Toulouse). Paris, 1913. 4°.
- DAVENPORT HOOKER. — Amoeboid movement in the corial Melanophores of rana. (Reprinted from « The American Journal of Anatomy », vol. 16). s. l. 1914, 8°.
- GREENHILL G. — Skating on Thin Ice. (From « The Philosophical Magazine », vol. XXXI). s. l. 1916. 8.
- Informaciones i datos sobre la Agricultura en Chile, 1913. Santiago, 1913. 8°.
- JANET CH. — L'alternance sporophyto-gamétophytique de générations chez les algues. Limoges, 1914. 8°.
- JANET CH. — Note préliminaire sur l'oeuf du Volvox Globator. Limoges, 1914. 8°.
- JENSEN AD. S. — The Selachians of Greenland. Kobenhavn, 1914. 8°.
- KNOTT C. G. — Napier tercentenary memorial. London, 1915. 8°.
- LOVISATO B. — Dodicesimo contributo echinodermico con 12 specie nuove di *Clypeaster* del miocene medio ed inferiore di Sardegna. (Estr. dal « Bollett. della Società geologica italiana », volume XXXIV). Roma, 1915. 8°.
- LUNDBECK W. — Some remarks on the Eggs and Egg-Deposition of Halobates. Kobenhavn, 1914. 8°.
- MELI R. — Breve notizia intorno ad alcune ossa elefantine rinvenute presso la stazione ferroviaria di Sezze nella palude pontina. (Estr. dal « Bollett. della Società geologica italiana », vol. XXXIV). Roma, 1915. 8°.
- MELI R. — Escursioni tecnico-geologiche eseguite nel 1912 con gli allievi ingegneri della R. Scuola d'applicazione di Roma. Roma, 1913. 8°.
- MELI R. — Relazione delle escursioni tecnico-geologiche eseguite nel 1915 con gli allievi ingegneri della Scuola d'applicazione di Roma. (Alla Salina di Corneto Tarquinia; a Civitacastellana e dintorni). Roma, 1916. 8°.
- ODDONE E. — Gli elementi fisici del grande terremoto Marsicano-Fucense del 13 gennaio 1915. Le osservazioni macrosismiche. (Estr. dal « Bollettino della Società sismologica italiana », vol. XIX). Modena, 1915. 8°.
- PAOLI G. — Ixodidi raccolti nella Somalia italiana meridionale. (Estr. dal « Redia », vol. XI). Firenze, 1916. 8°.
- Scritti medici in onore di Alfonso Poggi nel XXVII anno d'insegnamento; 1888-1915. Bologna, 1915. 8°.
- Studi sui rapporti fra tubercolosi umana e bovina (Laboratorio batteriologico della sanità pubblica). Vol. I-III e Nota riassuntiva del prof. B. Gosio. Roma, 1912-1915. 8°.
- I vini italiani: fasc. XVI. Sicilia. (Ministero di Agricoltura, Industria e Commercio). Roma, 1916. 8°.
- WOODCOOK E. F. — Observations on the development and germination of the Seed in certain polygonaceae. (Repr. from « American Journal of Botany », 1914). s. l. 1914. 8°.
-

